

0. Gedanken über Integrale

Liebe Studierende nehmen Sie bitte noch einmal Blatt 3 vor und reflektieren Sie gezielt WANN und WIE Sie ein Linien-, Flächen oder Volumenintegral nutzen müssen! Dies ist eine häufige Fehlerquelle beim Rechnen und Verständnis!

1. Superposition und Gauß'scher Satz

Gegeben seien zwei Punktladungen $q_1 = q$ bei $(a, 0, 0)$ und $q_2 = -q$ bei $(-a, 0, 0)$.

- (a) Berechnen Sie das elektrische Feld an der Stelle $(2a, 0, 0)$ durch Superposition.
- (b) Versuchen Sie die Berechnung über den Gauß'schen Satz zu wiederholen.
- (c) Erklären Sie, warum der Gauß'sche Satz hier *scheinbar* nicht funktioniert. Machen Sie sich anhand dieses Beispiels klar, wann der Gauß'sche Satz sinnvoll angewendet werden kann. Was wird dann ausgenutzt?

2. Coulomb Feld! Konservatives Feld?

Zeigen Sie, dass die Coulombkraft $F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^3} \vec{r}$ ein konservatives Kraftfeld ist. Führen Sie den Beweis sowohl mit Hilfe von kartesischen, als auch von Kugelkoordinaten!

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{v} &= \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (v_\phi \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \phi} v_\theta \right] \vec{e}_r \\ &+ \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \phi} v_r - \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) \right] \vec{e}_\theta \\ &+ \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} v_r \right] \vec{e}_\phi \end{aligned}$$

3. Aktion Kracher IV – Diskussionsaufgabe – Paderborner Landstrasse

Stellen Sie sich vor, Sie fahren bei Gewitter auf der Landstrasse in der Nähe von Paderborn und ein Blitz schlägt in ihr Auto oder in der Nähe ihres Autos ein (die Banditen aus dem ersten Semester aus Hollywood haben Sie ja mittlerweile abgehängt). Wie verhalten Sie Sich? Würden Sie Sich genauso verhalten, wenn eine Hochspannungsleitung abgerissen wird und auf ihr Auto fällt? Würden Sie Sich genauso verhalten, wenn Sie noch von den Banditen verfolgt würden.

4. Noch ein wenig DIV

Bestimmen Sie $\operatorname{div} \begin{pmatrix} -\sin(2y) \\ +\cos(2x) \end{pmatrix}$

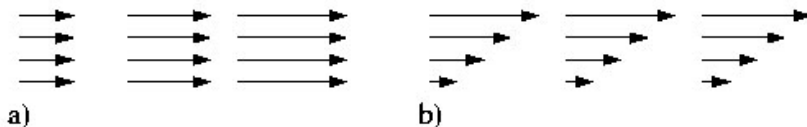
5. Gewitterwolken (Einzeiler)

27 Regentropfen vom Radius r mit je einer elektrischen Ladung q vereinigen sich zu einem großen Tropfen vom Radius $3r$. Vergleichen Sie die elektrische Feldstärke an der Oberfläche des großen Tropfens mit der an der Oberfläche der kleinen Tropfen (unter der Voraussetzung, dass die Ladung homogen im Tropfenvolumen verteilt ist).

6. Quellen- und Wirbelfeld

Sind die im unten stehendem Bild dargestellten Kraftfelder, deren Feldstärke E a) in Feldlinienrichtung, b) senkrecht zu den Feldlinien linear zunimmt, Quellen- oder Wirbelfelder?

Anleitung: Untersuchen Sie den elektrischen Fluss Φ durch ein geschlossenes Raumgebiet und prüfen Sie ob beim Umlauf einer Probeladung auf einem geschlossenen Weg Arbeit verrichtet wird.



7. Nochmals – die Hohlkugel

Eine Hohlkugel wurde homogen mit einer Ladung Q aufgeladen. Was ist richtig?

1. Im Inneren gibt es kein Feld und keinen Fluss.
2. Im Inneren gibt es kein Feld, aber einen Fluss.
3. Im Inneren gibt es ein Feld, aber keinen Fluss.
4. Im Inneren muss es sowohl Feld als auch Fluss geben.
5. Im Inneren ist das Feld, der Fluss und das Potential gleich Null.
6. Im Inneren ist das Feld und das Potential Null, aber der Fluss ungleich Null.
7. Im Inneren ist das Feld und der Fluss Null, aber das Potential ungleich Null.
8. Im Inneren ist das Feld und der Fluss ungleich Null, aber das Potential Null.
9. Im Inneren ist sowohl das Feld als auch das Potential als auch der Fluss ungleich Null.

Virtuelles Rechnen - Aufteilung: ||1||2||3||4||5||6||7||

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, CN, KIT

Tel.: +41 75411 4362; Mobil - immer

Tel.: +49 721 608 23537 - ab und zu

Email: Frank.Hartmann@kit.edu

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/EDYN.htm

FOR FUN - bei schlechtem Wetter

1. Multiple Choice - Verständnisfragen

(a) Die Einheiten der Permittivität sind

- einheitslos
- $1/4 \pi$
- Nm^2
- C^2/Nm^2

(b) Welche der folgenden Einheiten sind die Einheiten des elektrischen Feldes?

- N
- NC
- N/C
- N/m^2

(c) Nabla =

1. $(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$
2. $\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$
3. $\frac{\partial}{\partial x} \cdot e_x + \frac{\partial}{\partial y} \cdot e_y + \frac{\partial}{\partial z} \cdot e_z$
4. $((\frac{\partial}{\partial x})^2, (\frac{\partial}{\partial y})^2, (\frac{\partial}{\partial z})^2)$.
5. ∇
6. Δ

(d) In einem quellenfreien Feld \vec{F} gilt immer

1. $div \vec{F} = 0$
2. $div \vec{F} \neq 0$
3. $rot \vec{F} = 0$
4. $\nabla \cdot \vec{F} = 0$

(e) $div \vec{F}$ ergibt

1. einen Vektor
2. einen Salar
3. ein skalares Quellenfeld von \vec{F}
4. das Rotationsfeld von \vec{F}

(f) $rot \vec{F}$ ergibt

1. einen Vektor
2. einen Salar
3. ein skalares Quellenfeld von \vec{F}
4. das Rotationsfeld von \vec{F}
5. das Wirbelfeld von \vec{F}
6. ist gleich $\nabla \times \vec{F}$

(g) grad F

1. ergibt einen Vektor
2. ergibt einen Salar
3. ergibt ein skalares Quellenfeld von F
4. ergibt das Rotationsfeld von F
5. ist gleich $\nabla \times F$
6. ist gleich $\nabla \cdot F$

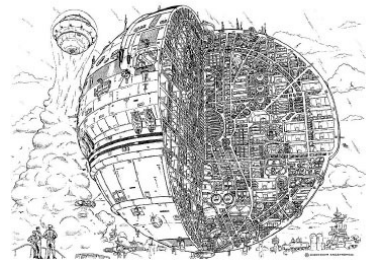
(h) Konservative Felder:

1. Ein Kraftfeld ist dann konservativ, wenn es eine Funktion V gibt, so dass sich die Kraft als Gradient dieser Funktion V schreiben $\vec{F} = -\nabla V$
2. Die geleistete Arbeit in einem konservativen Feld ist wegunabhängig
3. Das Coulombfeld ist konservativ
4. das Gravitationsfeld ist konservativ
5. $W = \oint \vec{F} d\vec{s} = 0$

2. Bemannter Flug zum Mars - Ehemalige Klausuraufgabe

Nach der Lösung der Energieprobleme der Menschheit durch den Schwarzschild-Generator ist es gelungen, das erste Großraumschiff für interplanetare Forschungsflüge zu konstruieren.

Der aus 40 Mitgliedern bestehenden Besatzung obliegt es unter Ihrem Kommando in wenigen Tagen den ersten bemannten Raumflug zum Mars anzutreten. Eine Woche vor dem Start tritt jedoch ein Physiker des aus der Mode gekommenen Fachgebietes 'Weltraumwetter' an Sie heran, um auf die Gefahr hochenergetischer Ionen hinzuweisen, die bei solaren Stürmen von der Sonne ausgestoßen werden. Als eine Abwehrmaßnahme schlägt er ihnen vor, die äußere Hülle Ihres d durchmessenden kugelförmigen Raumschiffes in einem solchen Fall elektrostatisch aufzuladen. Sie ziehen sich für eigene Berechnungen (der **Formeln**) in Ihre Kabine zurück:



© Pabel-Moewig Verlag
KG, Rastatt

- (a) Mit der gerechtfertigten Annahme, dass die Form des Raumschiffes als eine leitende Hohlkugel genähert werden kann, müssen Sie zuerst das elektrische Feld berechnen, das bei einer homogenen Aufladung der Außenhülle erzeugt wird. (Hinweis: Gaußscher Satz)
- (b) Skizzieren Sie den Feldverlauf vom Mittelpunkt des Schiffes bis $r = \infty$. (*qualitativ*)
- (c) Damit stellt sich die wichtige Frage, welche Gesamtladung vorgesehen werden muss, damit alle Ionen (Protonen) bis zu einer Energie von 10 MeV aus dem Unendlichen noch vor der Hülle des Schiffes gestoppt werden können - also ihre gesamte Energie bei radialem Einfall bis zur Oberfläche des Schiffes verloren haben.
- (d) Um den Fragen der Bordingenieure zuvor zu kommen, sollten Sie auch gleich die resultierende Oberflächenladungsdichte σ_O auf der Außenhülle berechnen.