

III. Magnetisches Moment, Drehimpuls und Term- aufspaltungen beim Ein Elektronenatom

III.A Bahndrehimpuls und magnetisches Moment

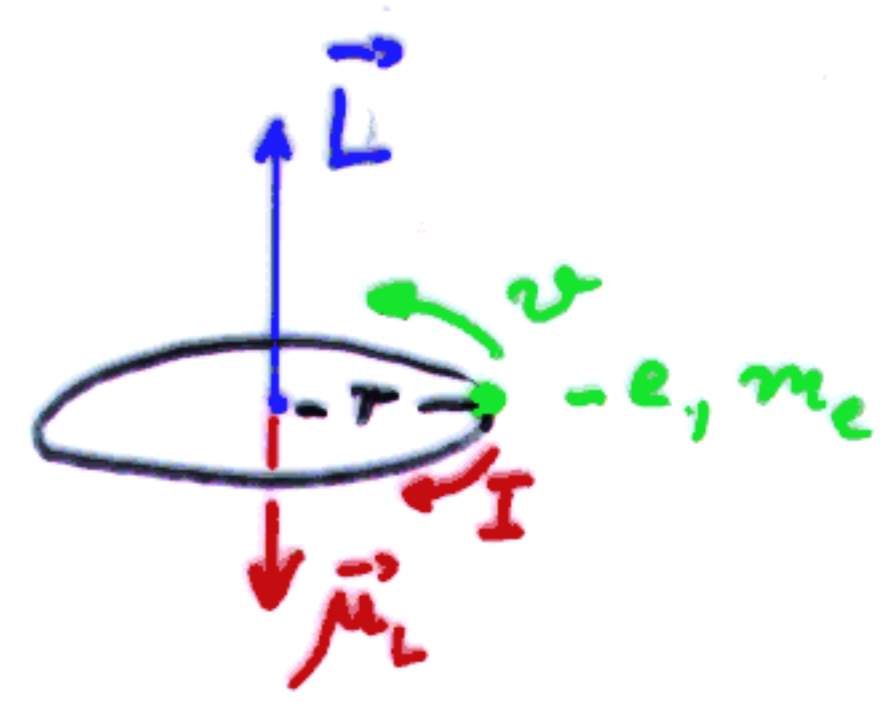
A.1 Klassisches Bild

$$\vec{\mu}_L = I \cdot \vec{A} \quad (\text{Rechtsschraube})$$

$$\mu_L = -e \cdot v \cdot \pi r^2$$

$$L = m_e r^2 \cdot \omega = m_e r^2 \cdot 2\pi v$$

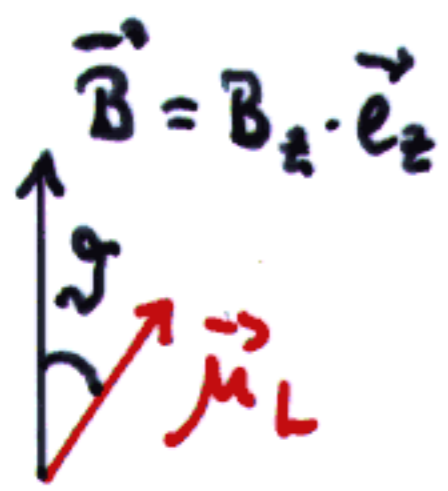
$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{L}$$



gyromagnetisches Verhältnis $\gamma = \frac{|\vec{\mu}_L|}{|\vec{L}|} = \frac{e}{2m_e}$

(gelegentlich negatives γ)

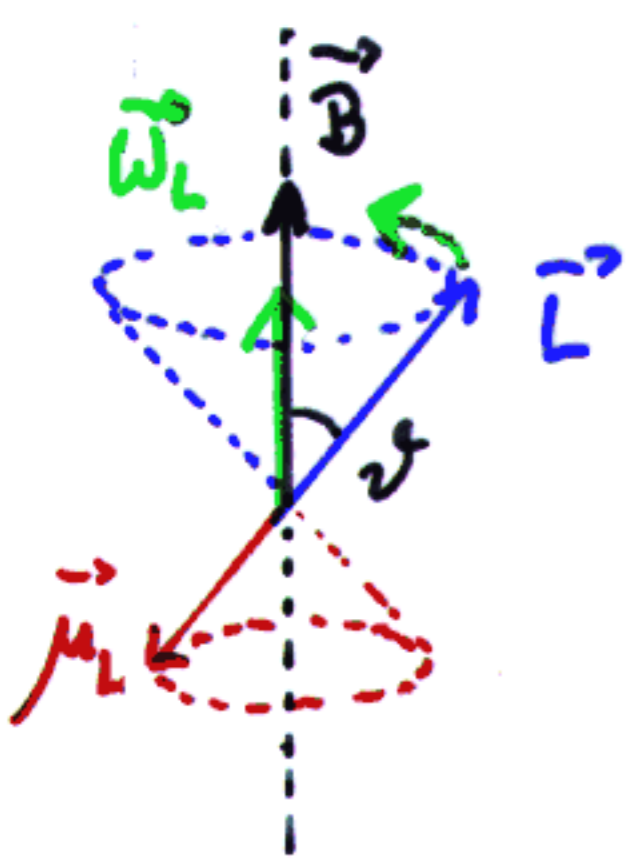
äußeres Magnetfeld, Flußdichte B , $[B] = 1T \hat{=} 10kG$



• $W_{pot} = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B} = -|\mu_L| \cdot |\vec{B}| \cos \vartheta = -\mu_{Lz} B_z$

• Drehmoment:
 $\vec{M} = \vec{\mu}_L \times \vec{B}$; $|\vec{M}| = |\mu_L| \cdot |\vec{B}| \sin \vartheta$

• Präzession des Kreisels:
 $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{\mu}_L \times \vec{B} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \times \vec{B}$



$$\vec{\omega}_L = \frac{e}{2m_e} \vec{B} = \gamma \vec{B}$$

• Larmor-Frequenz, ϑ -unabhängig!

A.2 Bahndrehimpuls- und Richtungsquantelung

Schrödinger-Gleichung $\rightarrow \Psi_{n,l,m}(r,\vartheta,\varphi)$

$n = 1, 2, 3, \dots$

$l = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$

$\langle L_z \rangle = m \cdot \hbar$

kein ganzes Vielfaches! \rightarrow von \hbar

$\langle \vec{L}^2 \rangle = l \cdot (l+1) \hbar^2$

$\langle |\vec{L}| \rangle = \sqrt{l(l+1)} \hbar$

QM: Neben Betrag nur 1 Komponente meßbar

z.B.:

$n = 1; \underline{l = 0} : \rightarrow \langle |\vec{L}| \rangle = 0$

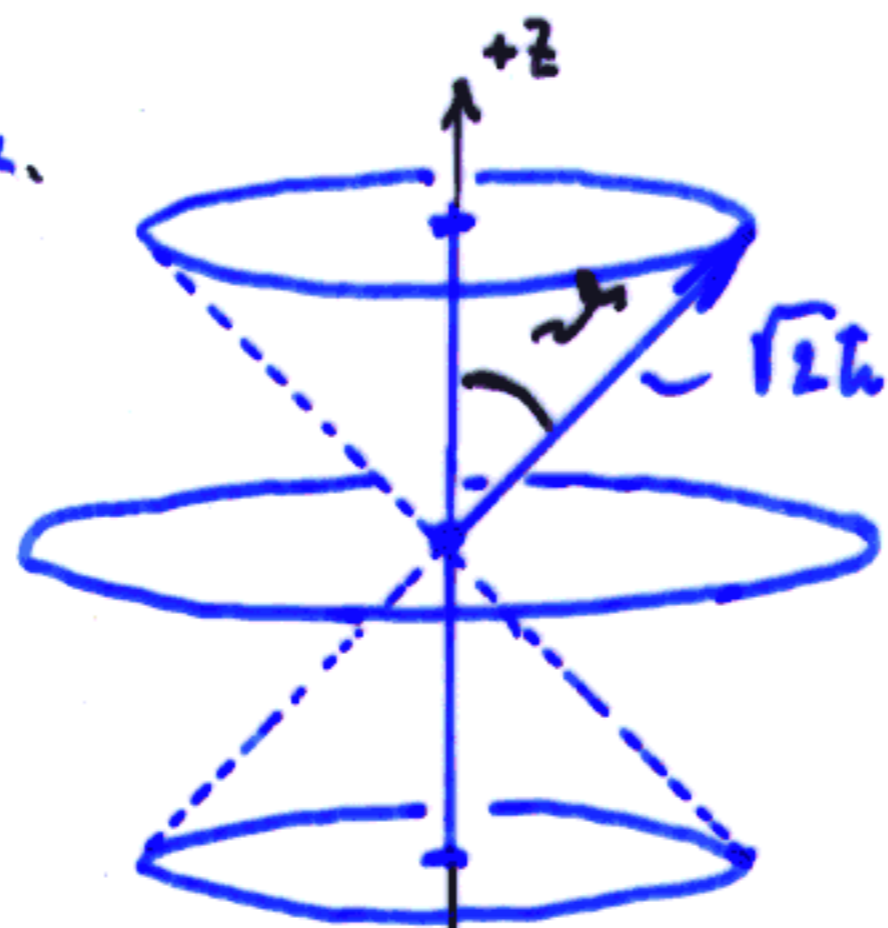
für "s"-Elektron

kein Bahndrehimpuls!

"p"-Elektron

$l = 1$

$\langle |\vec{L}| \rangle = \sqrt{1 \cdot 2} \hbar = \sqrt{2} \hbar$

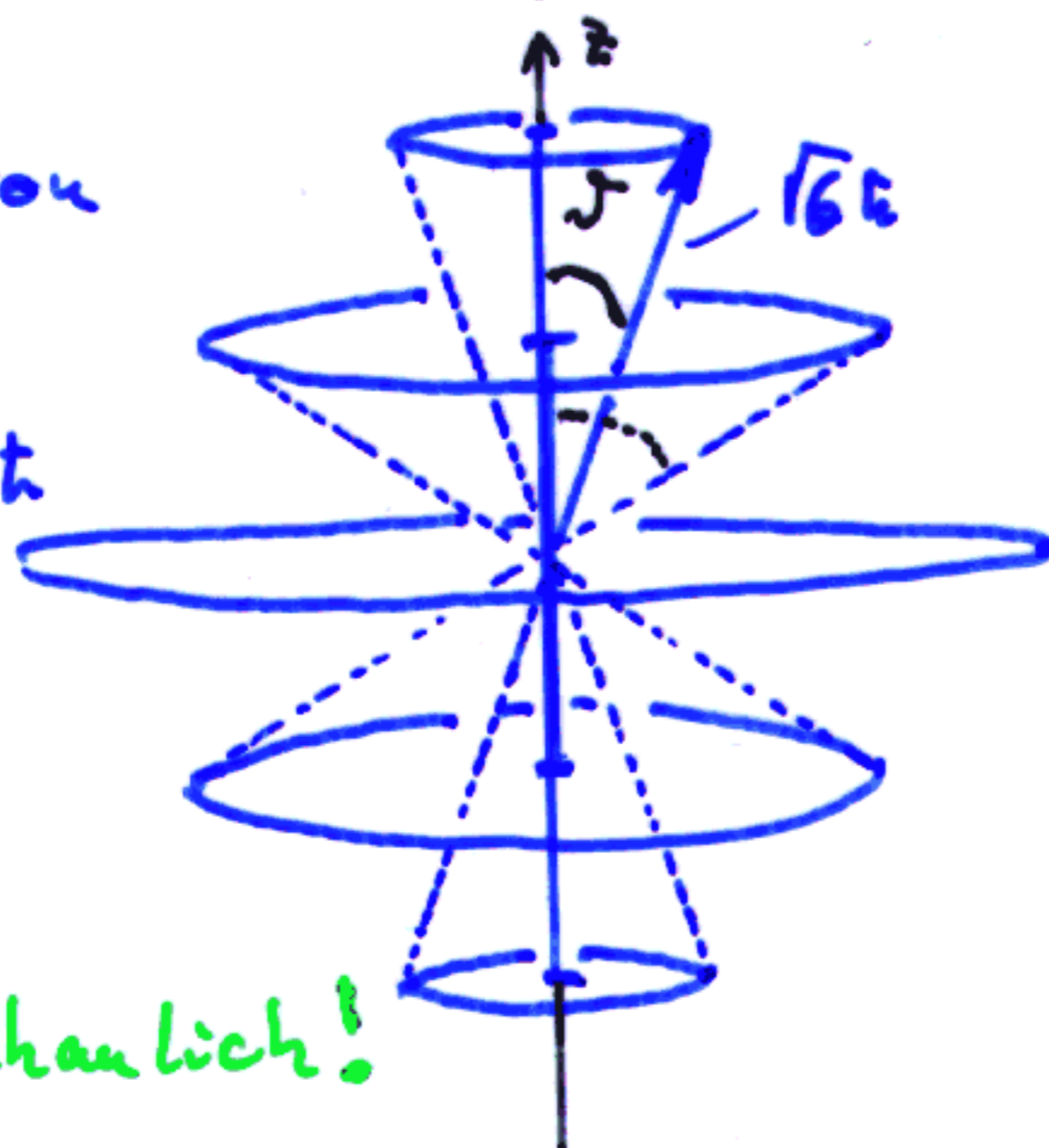


$\langle L_z \rangle$	ϑ_m
$+1\hbar$	45°
0	
$-1\hbar$	

"d"-Elektron

$l = 2$

$\langle |\vec{L}| \rangle = \sqrt{2 \cdot 3} \hbar = \sqrt{6} \hbar$



$+2\hbar$	$\sim 35^\circ$
$+1\hbar$	$\sim 66^\circ$
0	
$-1\hbar$	
$-2\hbar$	

$\cos \vartheta_m = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}}$

über anschaulich!

A.2a Magnetisches Bahnmoment, Bohrsches Magneton

$$\rightarrow \langle |\vec{\mu}_L| \rangle = \frac{e}{2m_e} \langle |\vec{L}| \rangle = \frac{e}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} \hbar = \sqrt{l(l+1)} \mu_B$$

$$\rightarrow \langle \mu_{L,z} \rangle = -\frac{e}{2m_e} \langle L_z \rangle = -\frac{e}{2m_e} \cdot m \hbar = -m \mu_B$$

$$\boxed{\mu_B = \frac{e \hbar}{2m_e}}$$

d.h. $\vec{\mu}_L$ nie parallel zu \vec{B}

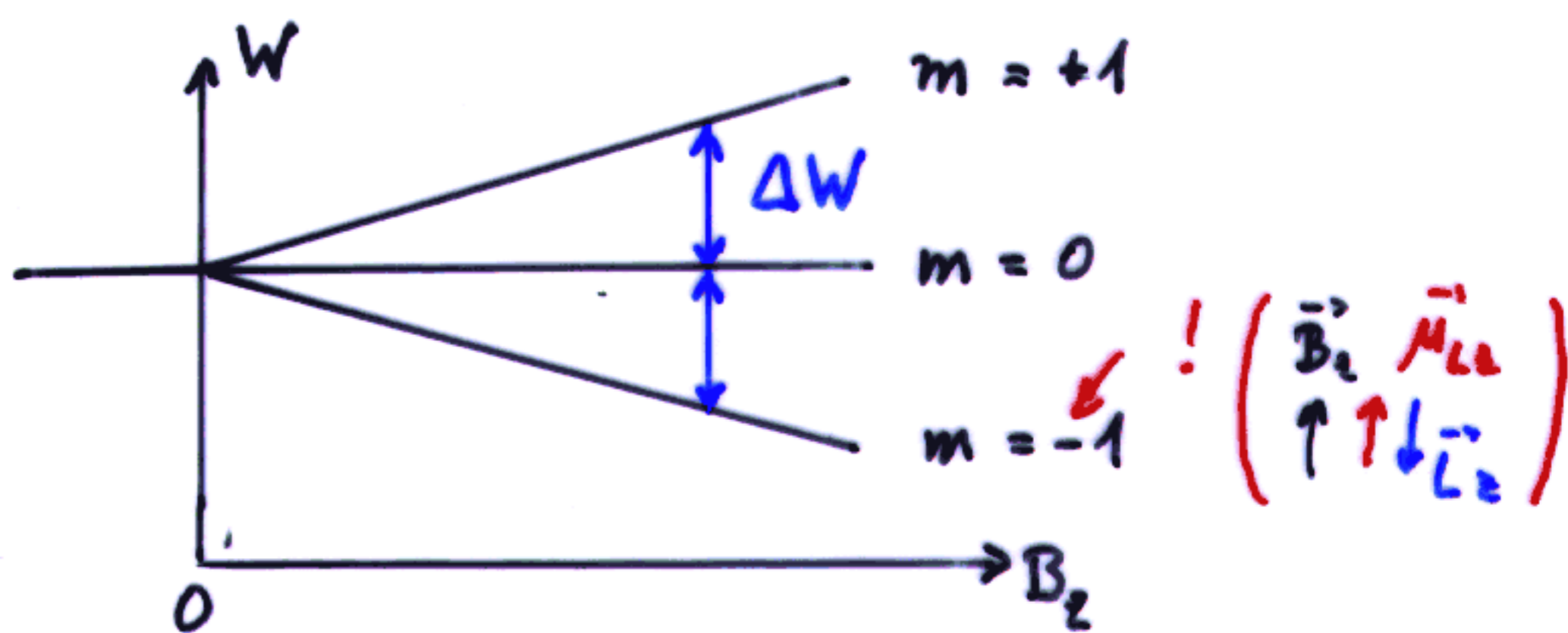
$$= 9,274\,008\,99(37) \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$$

$$= 5,788\,381\,749(43) \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$$

A.3 Äußeres Magnetfeld / Normaler Zeeman-Effekt

$$\langle W_{\text{magn}} \rangle = -\langle \mu_{L,z} \rangle \cdot B_z = +m \mu_B B_z$$

zB: $l=1$



Aufspaltung $\Delta W = \mu_B \cdot B$

$$\Delta W = h\nu = \hbar\omega$$

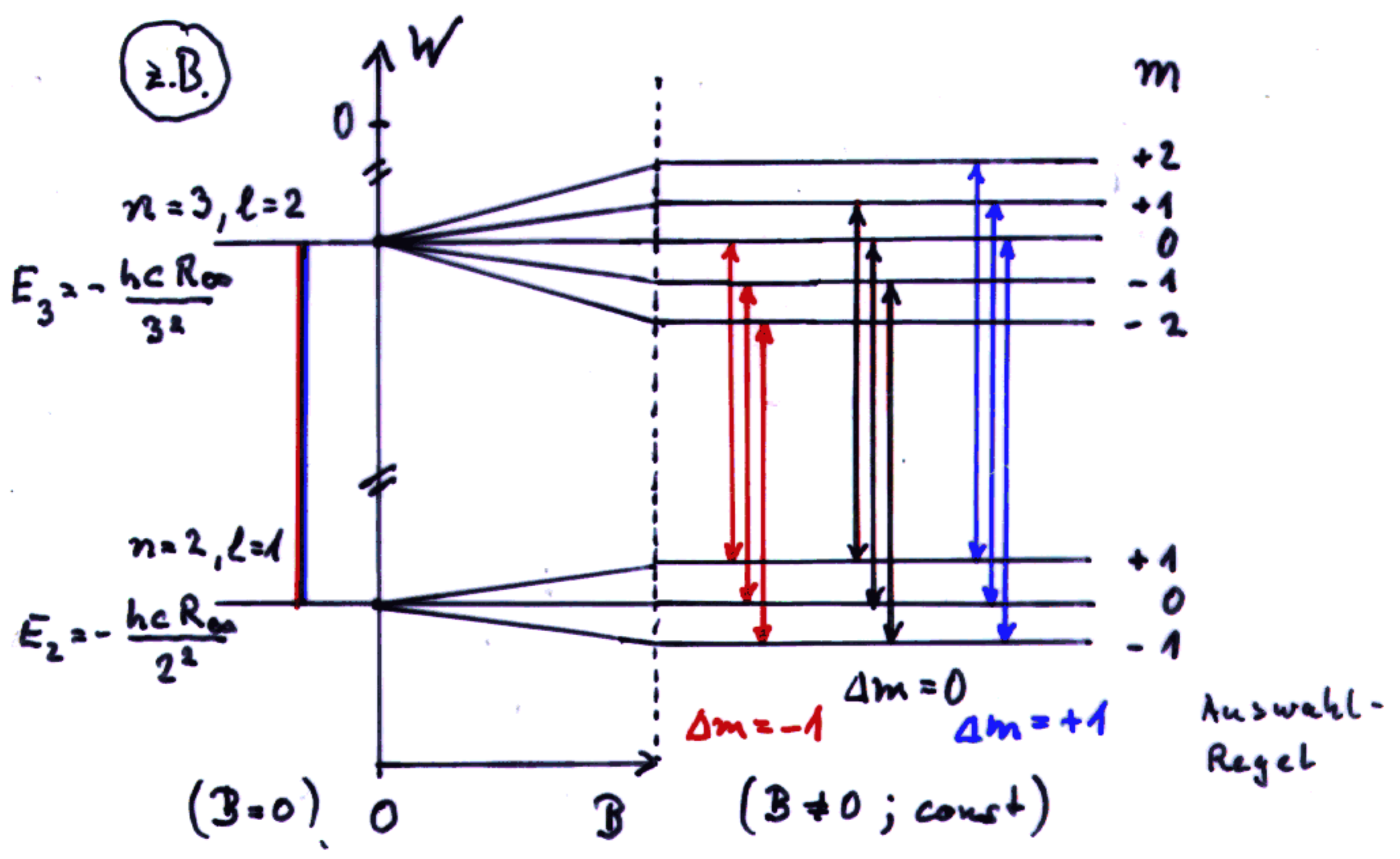
$$\boxed{\omega = \frac{\mu_B}{\hbar} B = \frac{e}{2m_e} \cdot B = \omega_{\text{Larmor}}}$$

$$\nu/B \approx 13,996 \text{ GHz/1 Tesla}$$

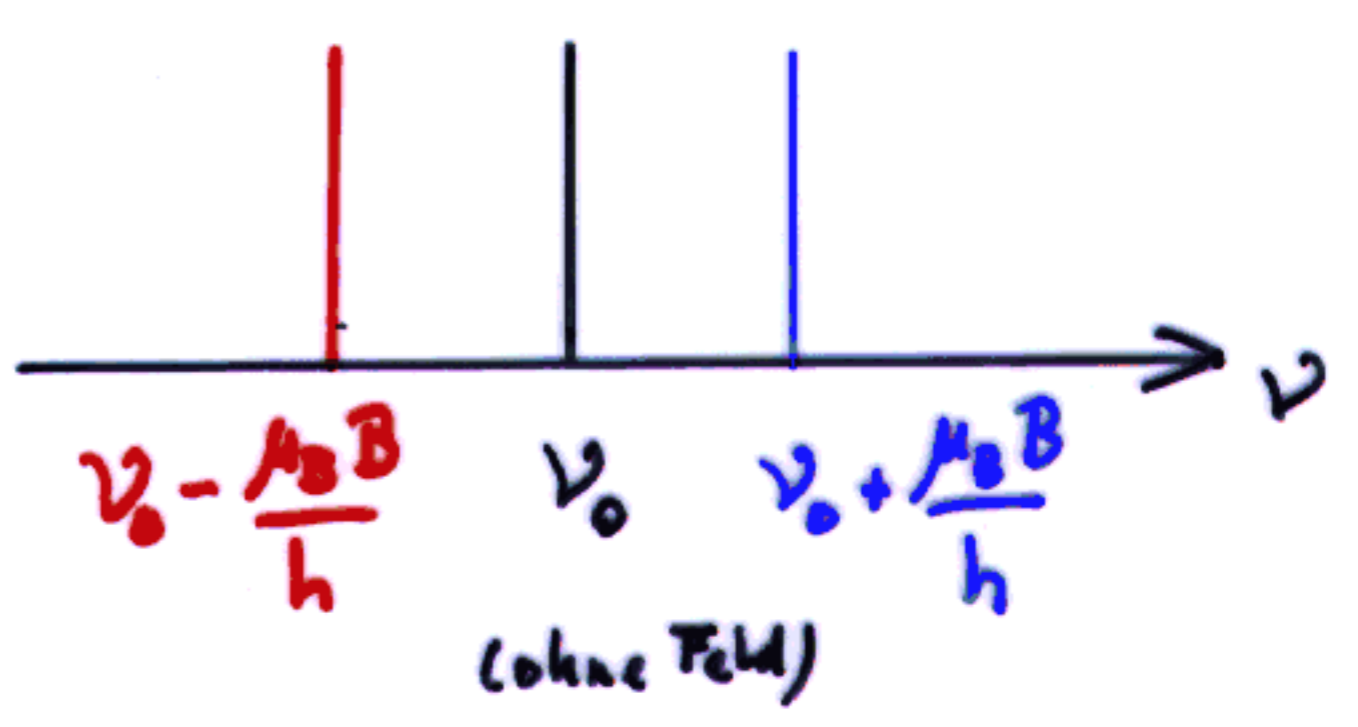
Magnetische Dipol - Übergänge ($\Delta m = \pm 1$) mit
Radiofrequenz- / Mikrowellen - Spektroskopie

A.3.a) Optische Spektroskopie / Zeeman-Effekt

Zeeman (1896): kleine Aufspaltungen der Spektrallinien (Gitter, Fabry-Perot)



normaler
Zeeman-
Effekt



Bilanz

Zeeman-Effekt beweist Richtungsquantelung
 1, 3, 5, ... d.h. $(2l+1)$ Einstellmöglichkeiten
 von $\vec{\mu}_L$ zu \vec{B} ; nie "genau" $\parallel \vec{B}$

Aber: Aufspaltungsbild falsch für H-Atom
mehr Linien beobachtet z.B.
 → anomaler Zeeman-Effekt