

I. C Bohrsches Atommodell und Erweiterungen

C.1 Experimentelle Grundlagen

→ Quantisierung

a) Optische Serienspektren des H-Atoms

Absorption / Emission

Fraunhofer - Linien

Balmer-Serie (1885)

z.B.

Wellenzahlen $\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda_0}$; Runge (1888)

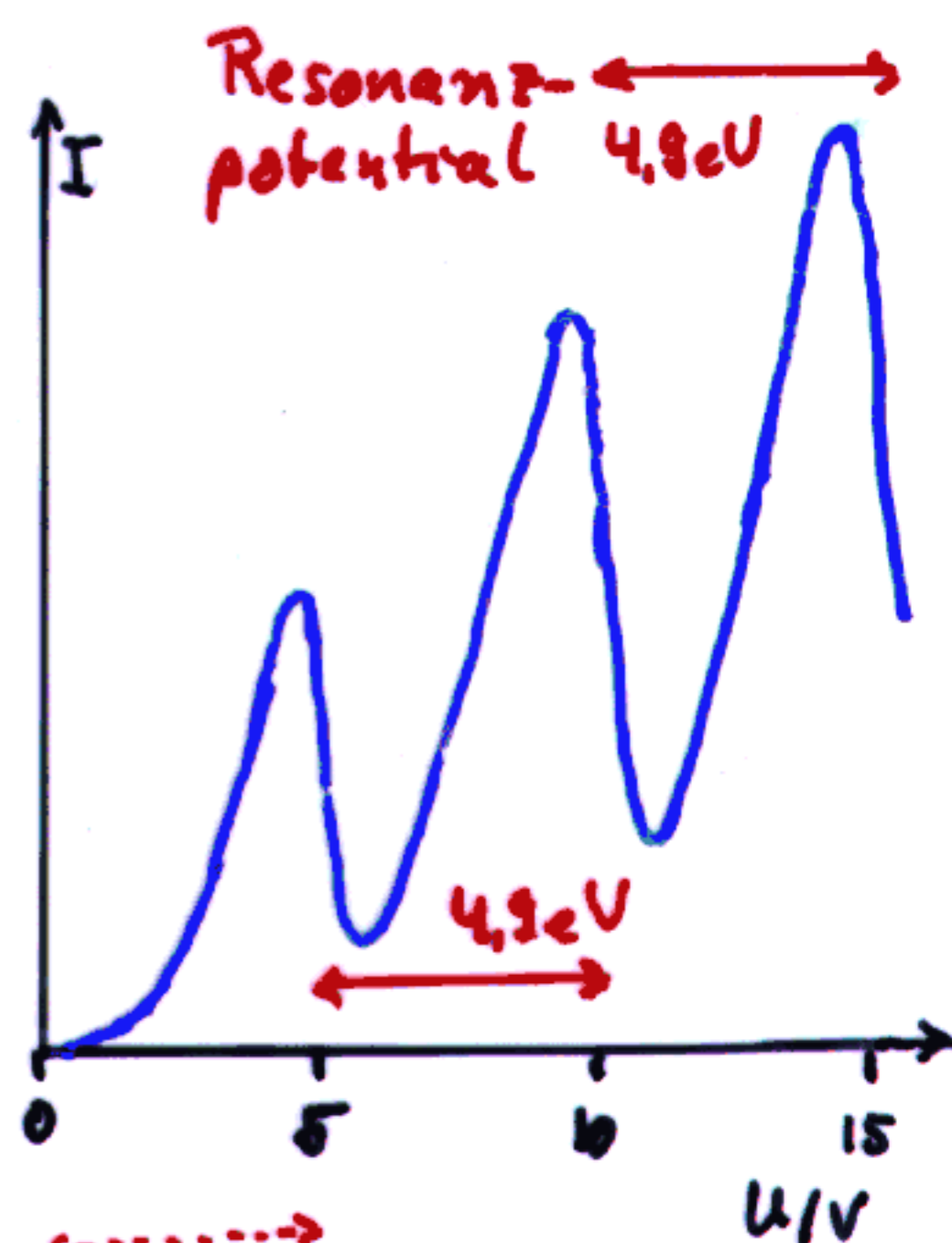
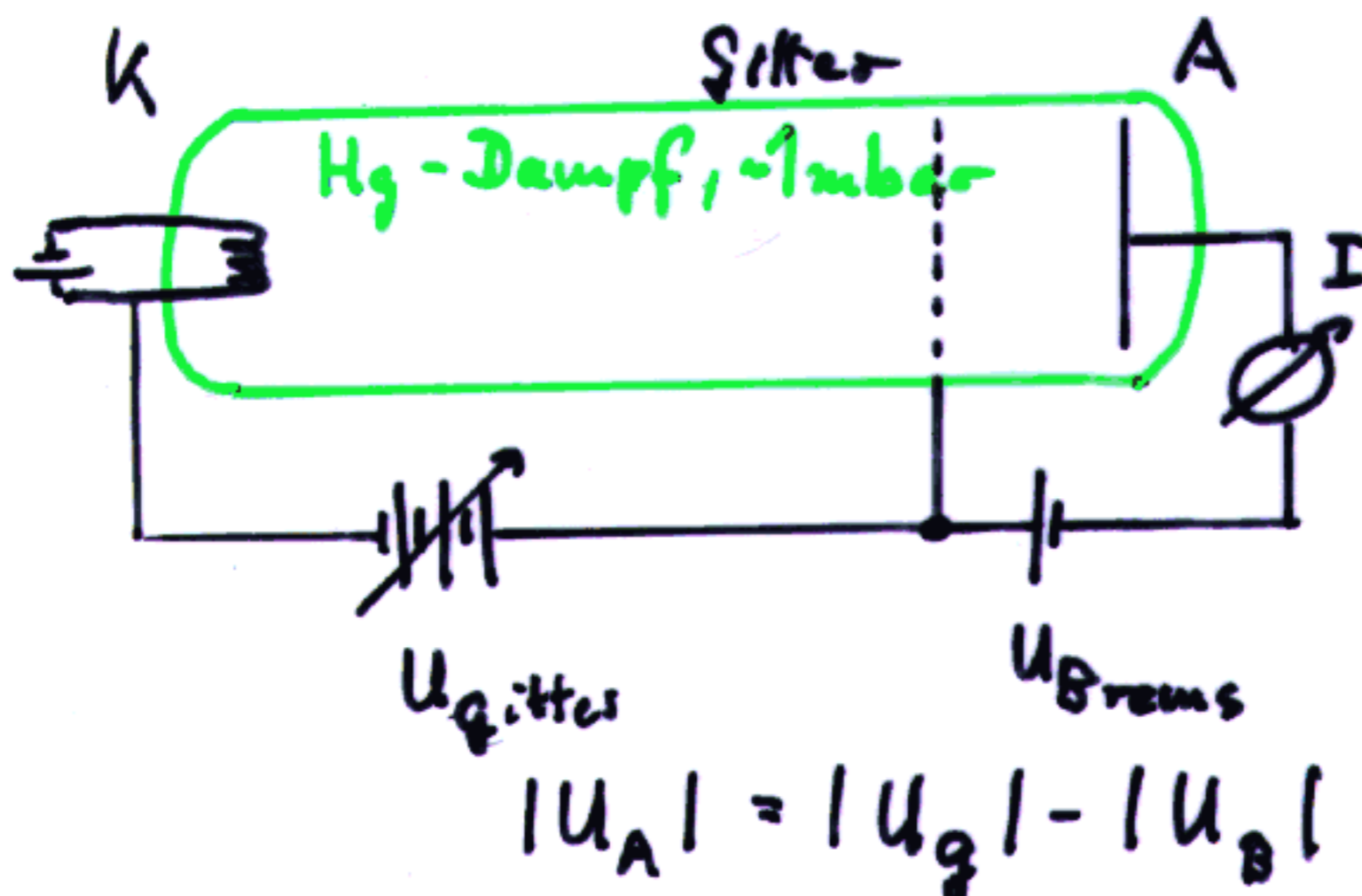
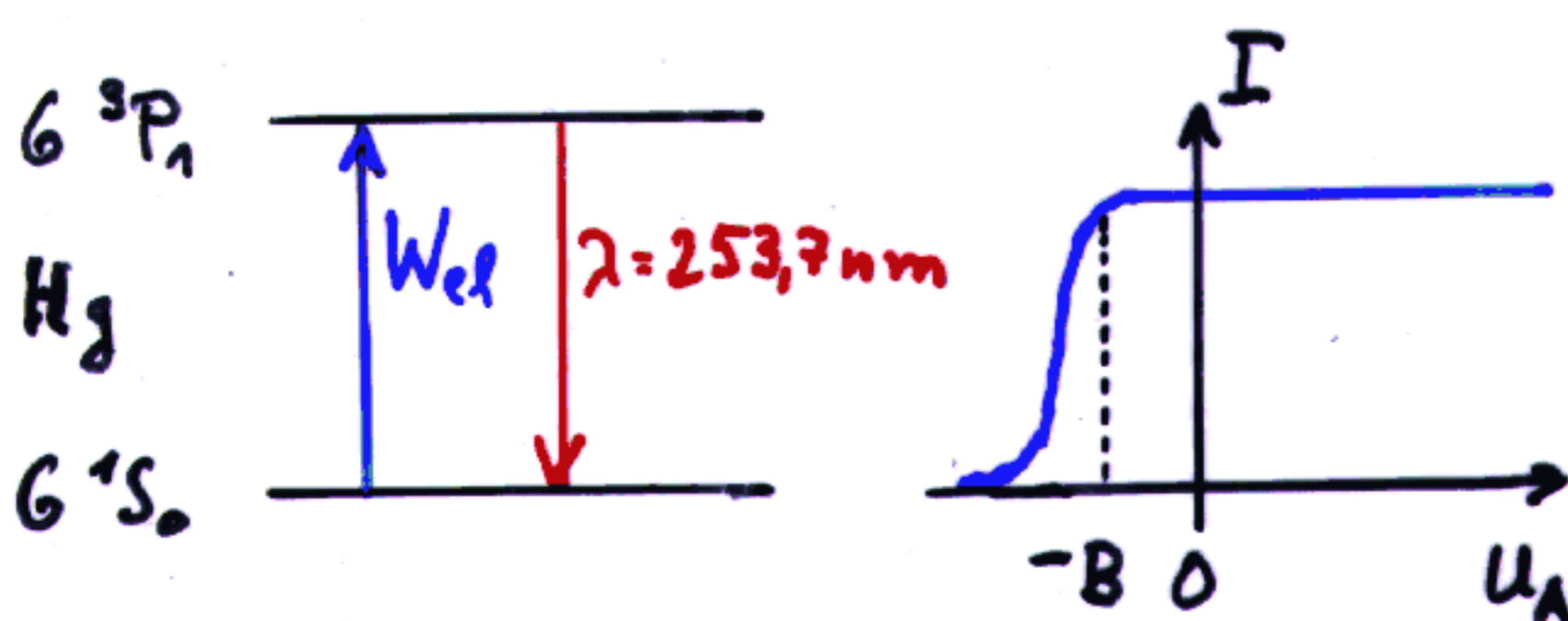
Rydberg - Formel (1890)

z.B.

Ritz'sches Kombinationsprinzip (1908)

Wellenzahlen $\bar{\nu}$, Terme T_n

b) Elektronenstoß, Franck-Hertz - Versuch (1914)

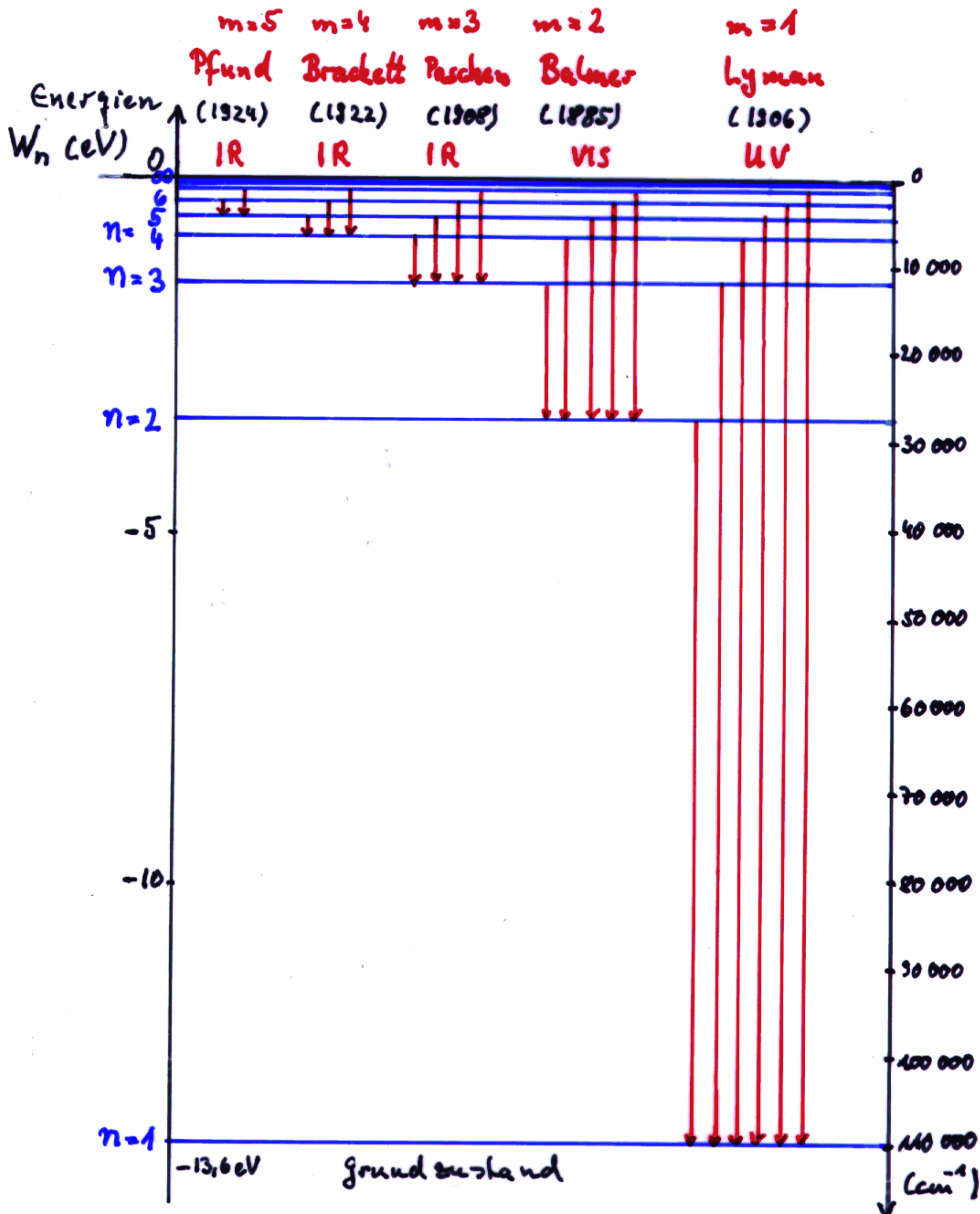


Resonanzpotential 4.8 eV
 4.9 eV
 K, A - Austrittsarbeiten?
 Rückstoß

z.B.

Serienspektren des H-Atoms

$$\bar{\nu} = \frac{\nu}{c_0} = \frac{1}{\lambda_0} = T_m - T_n = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > m$$



$$R_H = R_{\infty} \left(1 + \frac{m_e}{m_p} \right)$$

$$R_{\infty} = 1,097\,373\,156\,854\,9(83) \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Terme T_n

$$T_n = -\frac{W_n}{hc} = \frac{|W_n|}{hc}$$

C.2 Bohrsches Atommodell (1913)

= Rutherford - Modell

+ Bedingung für stationäre Bahnen (W_n)

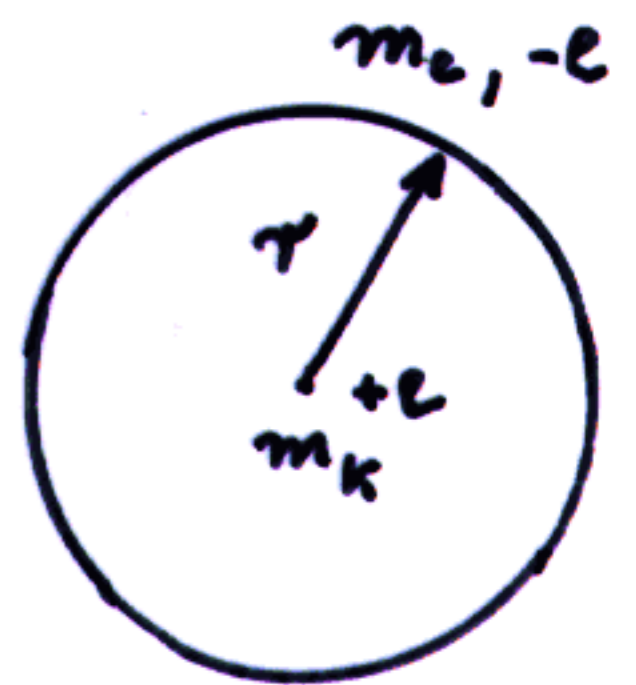
mit $h\nu = W_m - W_n$

$$F_z = F_c$$

$$m_e \frac{v^2}{r} = m_e \omega^2 r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (i)$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e r}} \quad (ii)$$

$$W_{ges} = W_{kin} + W_{pot} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (iii)$$



a) Quantenbedingung

a.1) Drehimpuls $L_n = n\hbar = n \frac{h}{2\pi}$

Wirkung $\oint p \cdot dq = \oint (mrv) \cdot r dy$
 $= \int_0^{2\pi} L dy = 2\pi L = n h$

$$L = m_e r^2 \omega = n\hbar \quad (iv)$$

i/iv

$r_n = n^2 \cdot \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = n^2 \cdot a_0$
$a_0 = 0,529\ 177\ 2083(19) \cdot 10^{-10} \text{ m}$

ii) $\rightarrow v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}$

(ii) →

I/14

$$W_n = - \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -hc R_\infty \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$hc R_\infty = 1 \text{ Ry} \approx 13,6 \text{ eV} = 1 \text{ Rydberg}$$

a.2) Materiewellenlänge
de Broglie - Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \quad (1924)$$

$$2\pi r_n = n\lambda$$

analog "stehender Welle" z.B.

$n=4$



$$= n \cdot \frac{h}{mv}$$

$$(ii) = n \cdot \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r_n}{m_e}}$$

$$r_n = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2} = n^2 a_0 \quad (\text{s.o.})$$

b) Mitbewegung des Kerns / Isotopie - Verschiebung

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{m_p}} < R_\infty$$

R_∞ : Rydberg - Konstante z.B.
 R_x : Rydberg - Zahl

$$\text{allgem. } R_x = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m_e}{m_K}} = \frac{m_K}{m_K + m_e} \cdot R_\infty$$

→ Deuterium, Tritium z.B. $\lambda(H_\alpha) = 6563 \text{ \AA}$

$$\lambda(^2H) = 6561 \text{ \AA}$$

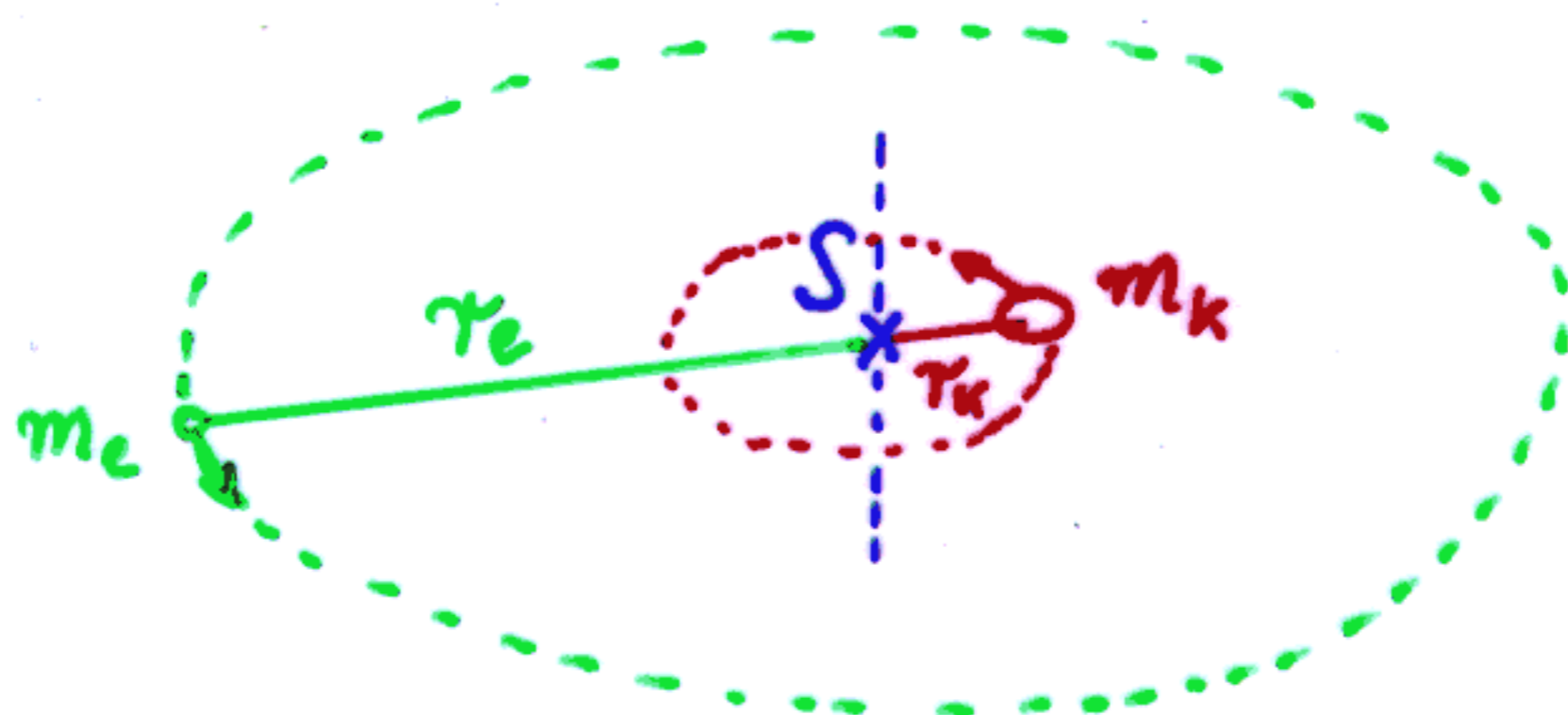
(Achtung: schwere Atome:

Isotopie - Verschiebungseffekt =

Kern volumen effekt!)

$$r = r_e + r_k$$

$$r_e = \frac{m_k}{m_k + m_e} \cdot r, \quad r_k = \frac{m_e}{m_k + m_e} \cdot r$$



reduzierte Masse $\mu = \frac{m_e m_k}{m_e + m_k} = \left(\frac{1}{m_e} + \frac{1}{m_k} \right)^{-1}$

(iv)' $L_{\text{ges}} = m_e \omega r_e^2 + m_k \omega r_k^2 = \mu \omega r^2 = n h$

(v)' $m_e \omega^2 r_e = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2} = m_k \omega^2 r_k$

(v)'' $\mu \omega^2 r = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r^2}$

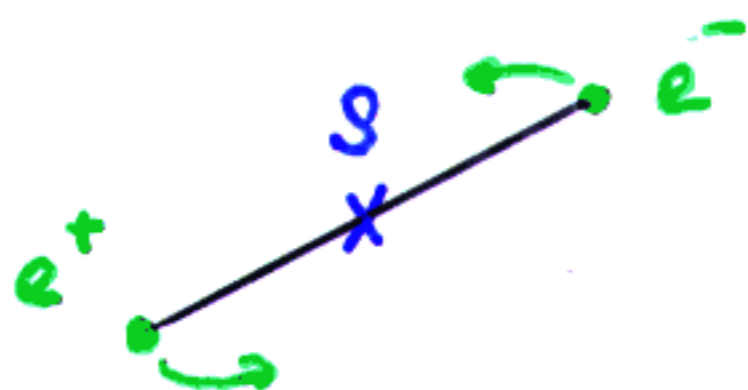
$$R_k = \frac{\mu e^4}{8 \epsilon_0^2 c h^3} = \frac{m_k}{m_k + m_e} \cdot R_{\infty}$$

c) Wasserstoffähnliche Zentren

$A X^{(Z-1)+}$: $\bar{\nu} = \frac{R_{\infty}}{1 + \frac{m_e}{m_k}} \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$
 "stripped atoms"

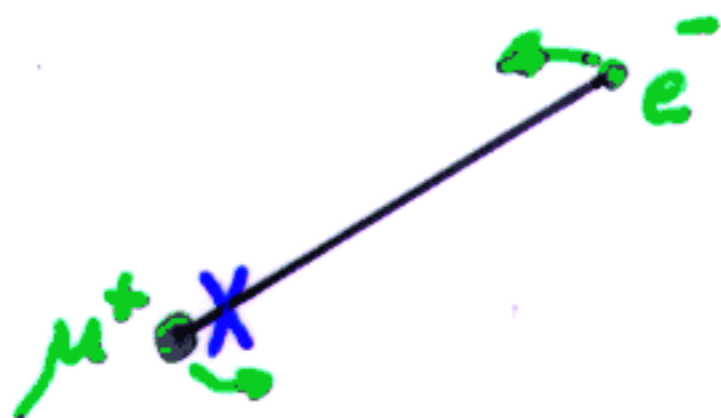
Alkali-Atome: $\bar{\nu} = R_{\infty} \left(\frac{1}{n_{\text{eff}}^2} - \frac{1}{m_{\text{eff}}^2} \right)$; $n_{\text{eff}} = n + \begin{cases} s \\ p \\ d \\ f \end{cases} < 1$
 (scharfe, prinzipale, diffuse, fundamentale $\bar{\nu}$)

Positronium



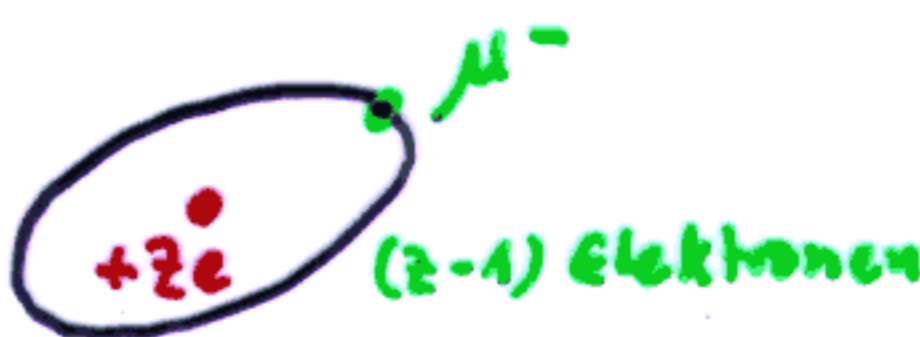
$\tau \approx 10^{-7} \text{ s}$

Muonium



$m_{\mu^-} \approx 206,8 m_e$

Mesonen-Atome



$\tau_1 \sim \frac{1}{m}$!
Kern eigenschaften

Donatoren in Halbleitern

zB P, As, Sb in Si, Ge (n-dotiert)

$m_e \rightarrow m^*$
$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon_0 \epsilon_r$

Si

0,2

11,7

Ge

0,1 * m_e

15,8 (ϵ_r)

ap. Si:P $a_B = 17 \text{ \AA}$

$W_{Bdy} \quad 0,033 - 0,049 \text{ eV}$

(~ * 2 genau)

Exzitonen in Halbleitern

schwach gebundene Elektron - Loch - Paare

zB Cu_2O , PbS

z.B.

C.3 Bohr - Sommerfeld - Modell

Balmer - Serie : Dubletts!
insbesondere Alkali metalle

→ Feinstruktur - Formel von Arnold Sommerfeld

$$W_{ges} = W_{kin} + W_{pot} = \frac{m}{2} \dot{r}^2 + \frac{m}{2} r^2 \dot{\varphi}^2 - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$p_r = m \dot{r}$$

$$\oint p_r dr = n_r h$$

Radiale Quantenzahl

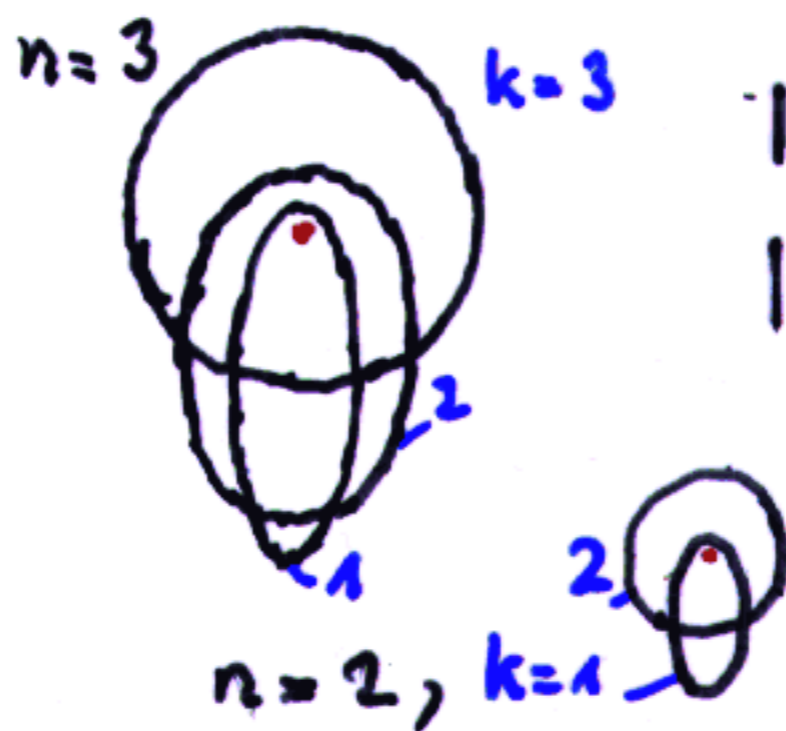
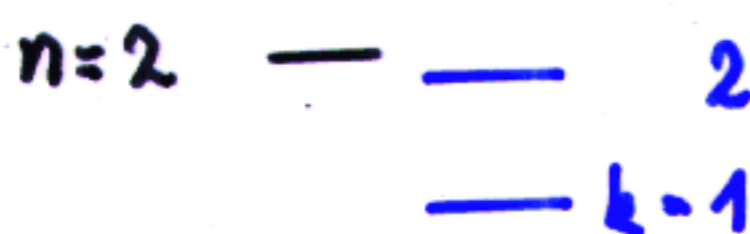
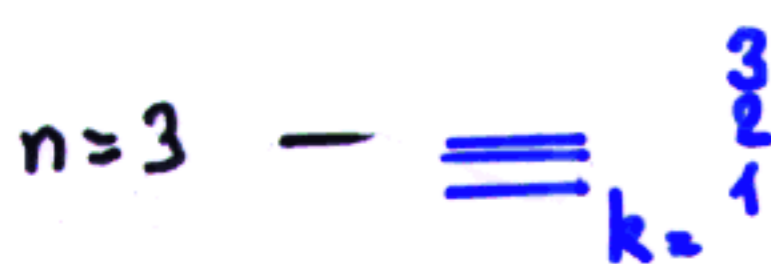
$$p_\varphi = m r^2 \dot{\varphi}$$

$$\oint p_\varphi d\varphi = n_\varphi h$$

Azimutale Quantenzahl
(Nebenquantenzahl k)

Hauptquantenzahl

$$n = n_r + n_\varphi = n_r + k$$



$$W_n = -hc \cdot R_\infty \frac{Z^2}{n^2}$$

(n-fach Bahnentartet!)

$$a_n = \frac{a_0}{Z} \cdot n^2$$

$$b_{n,k} = a_n \cdot \frac{k}{n}$$

$$\nu_n = \frac{\alpha \cdot Z}{n} \cdot c$$

no relativistische Korrekt.

Energie-Niveaus

Bahnen

B. B.S. (α)

$$\Delta k = \pm 1$$

optisch

α : Sommerfeldsche Feinstruktur-Konstante

$$v_n = \frac{\alpha \cdot Z}{n} \cdot c$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{\mu_0 \cdot c e^2}{2h} = 7,297\,352\,533(27) \cdot 10^{-3}$$

$$\alpha^{-1} = 137,035\,999\,76(50)$$

kleine n , große Z

Ellipsenbahnen \rightarrow Flächenatz

\rightarrow Perihel-Drehung der Tauchbahnen



$$W_{n,k} \approx -hc \frac{R_{\infty}}{\left(1 + \frac{m_e}{m_K}\right)} \frac{Z^2}{n^2} \left\{ 1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{k} - \frac{3}{4} \right) + [\alpha^4] \right\}$$

Sommerfeldsche Feinstruktur-Formel

Übung

$$\left(T_{n,k} = - \frac{2R}{\alpha^2 \sqrt{1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{[n-k + \sqrt{k^2 - \alpha^2 Z^2}]^2}}} + \frac{2R}{\alpha^2} \right)$$

I.C. 4 Kritik / Schwächen

des Bohr-Sommerfeldschen Atommodells

Atome keine Scheiben

Einelektronenatom im Magnetfeld: falsch

Intensitäten nicht berechenbar (Korrespondenz
Prinzip $n \rightarrow \infty$)

Mehrelektronenprobleme: gescheitert (He!)

Kombination klassischer + Quantengesetze
mit inneren Widersprüchen