Physik IV – Atome und Moleküle

Sommer 2002, Prof. Wim de Boer, Universität Karlsruhe

Übungsleiter: Frank Hartmann, Forschungszentrum Karlsruhe, Tel.: 07247 82 6330; Email: Frank.Hartmann@cern.ch

LÖSUNGEN Übung 10

1. Charakteristische Röntgenstreuung

   (a) Alle Linien der K-Serie eines Elementes entstehen gleichzeitig, wenn die Elektronen vollständig aus der K-Schale der Atome entfernt werden. Dafür wird eine Spannung benötigt, die der Beziehung $eU = -E_1 = h\nu_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$ genügen muss. Die Wellenlänge λ_1 entspricht dabei einem Elektron, was vollständig aus der K-Schale des Atoms entfernt wird. E1 bestimmt die Grenze der K-Serie. Die Energie berechnet sich näherungsweise aus der Ionisationsenergie $-E_1 = R_\infty^H (Z-1)^2$ (Moseleysches Gesetz). Damit gilt für $U = \frac{R_\infty^H}{e}(Z-1)^2$. Für Wolfram mit Z= 74 ergibt sich U=72,5kV.

   (b) Aus $E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ folgt

$$\begin{aligned} E_K &= 69,5\text{keV} \\ E_{K\alpha} &= 59,1\text{keV} \\ E_{K\beta} &= 67,4\text{keV} \\ E_{K\gamma} &= 69,3\text{keV} \end{aligned}$$

   Als Faustformel gilt zwischen der Energie E in [keV] und der Wellenlänge λ in [Å]

$$E_{[keV]} = \frac{1,24}{\lambda_{[\mathring{A}]}}$$

   (c) Die Energie der L–Absorptionskante beträgt

$$E_L = E_K - E_{K_\alpha} = 10,4\text{keV}$$

   und die der L_α–Linie

$$E_{L_\alpha} = E_{K_\beta} - E_{K_\alpha} = 8,3\text{keV}$$

   (d) Die kürzeste characteristische Wellenlänge entspricht der höchsten Energie, die von einem Elektron abgegeben werden kann.
   Bei Wolfram ist dies der Übergang von der P- ($n = 6$) zur K-Schale ($n = 1$).
   Da das Wolframatom neutral ist, und das Loch in der K-Schale und das Leuchtelektron nicht zur Abschirmung beitragen, sieht das Elektron eine effektive Kernladung

$$Z_{eff} = 74 - 72 = 2$$

   Damit berechnet sich die Energie des Elektrons in der P-Schale zu

$$E_0 = E_R \cdot \left(\frac{Z_{eff}}{n}\right)^2 = E_R \cdot \frac{4}{36}$$

und die Energie des Übergangs zu

$$\Delta E = E_K - E_0 = 69,5\text{keV} - \frac{1}{9} \cdot 13,6\text{eV} \approx 69,5\text{keV}$$

dieser Energie entspricht die Wellenlänge λ

$$\lambda = \frac{hc}{E} = 0,18\text{Å}$$

(e) Der Teil der beim Übergang freiwerdenden Energie, der nicht für die Bindungsenergie (E_0) aufgewand werden muss, steht als kinetische Energie zur Verfügung:

$$E_{kin} = E_{L_\alpha} - E_0 = 8,3\text{keV} - \frac{13,6\text{eV}}{9} \approx 8,3\text{keV}$$

2. Feinstruktur

   (a) Geschwindigkeitsabhängige Massen, E-Feldkorrekturen

   (b) Aufspaltungen

n	1	2	2	2	3	3	3	3	3
l	0	0	1	1	0	1	1	2	2
j	1/2	1/2	3/2	1/2	1/2	3/2	1/2	3/2	5/2
ΔE_{nj} $[eV]$	-1.8 $x10^{-4}$	-5.7 $x10^{-5}$	-1.1 $x10^{-5}$	-5.7 $x10^{-5}$	-2.0 $x10^{-5}$	-6.7 $x10^{-5}$	-2.0 $x10^{-5}$	-6.7 $x10^{-6}$	-2.2 $x10^{-6}$

   - **Feinstruktur senkt *alle* Niveaus (auch s-Niveau)**
   - j-Entartung

3. Hyperfeinstruktur

   (a) Verantwortlich für Feinstruktur: Elektronspin
   Verantwortlich für Hyperfeinstruktur: Kernspin

   (b) Entweder 2I+1 oder 2j+1, je nachdem ob I kleiner oder grösser j ist.
   $\rightarrow$ 2,2,3,2 Komponenten

   (c) I=1/2;j=1/2 $\rightarrow$ F=0,1, d.h. 2 Niveaus
   $< \vec{I}, \vec{j} >= \frac{\hbar^2}{2}(F(F+1) - I(I+1) - j(j+1))$

   F=0: $E^{I}_{Hyp.} = \frac{a}{2}(-\frac{3}{4} - \frac{3}{4}) = -\frac{3a}{4} = -4.4 \times 10^{-6}eV = 0.0354(cm)^{-1} = -1.07GHz$

   F=1: $E^{II}_{Hyp.} = \frac{a}{2}(2 - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}) = -\frac{a}{4} = 1.5 \times 10^{-6}eV = 0.0118(cm)^{-1} = 0.36GHz$

   $a = \frac{2\times1.26\times10^{-6}\times2.002\times9.27\times10^{-24}\times5.585\times5.051\times10^{-27}}{3\pi(0.53\times10^{-10})^3\times1.6\times10^{-19}}eV = 5.88\times10^{-6}eV = 0.0473(cm)^{-1} = 1.426GHz$
   Übergang F=0 $\rightarrow$ F=1: $\Delta f(0.36 - (-1.07))GHz = 1.42GHz = 2.1cm$
   Linie aus ($\lambda = \frac{c}{f}$)
   Intervallregel: $\Delta F_{F+1} - \Delta E_F = a(F+1) = a = 1.42GHz$

4. Positronium
   Beim Positronium fließt im Schwerpunktsystem aufgrund der gegensätzlichen Ladungen bei gleichen Massen kein Strom, d.h. auch ein magnetisches Moment verschwindet.