

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Menge aller $w \in \{\mathbb{C}, \text{ für welche die Reihe}$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{w} \right)^k$$

konvergiert. Beschreiben Sie diese Menge geometrisch.

b) Für $\zeta \in \mathbb{C}$ ist die Gleichung

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{w} \right)^k = \zeta$$

gegeben, und es sei M_ζ die Menge aller ζ , für welche diese Gleichung Lösungen $w(\zeta) \in \mathbb{C}$ besitzt.

Berechnen Sie die $w(\zeta)$, und stellen Sie M_ζ als Teilmenge der komplexen Zahlenebene dar.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie den Wert von

$$\frac{\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k^2-1}}{\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}} .$$

(**Hinweis:** Berechnen Sie die Partialsummen von Zähler- bzw. Nennerreihe.)

b) Berechnen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{1 \cdot 2}} \cdot e^{\frac{1}{2 \cdot 3}} \cdot \dots \cdot e^{\frac{1}{n(n+1)}} .$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Für $\alpha \in \mathbb{R}$ sei die Funktion $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ \alpha & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

gegeben.

- Bestimmen Sie $\alpha = \alpha_0$ derart, dass f_{α_0} für alle $x \in \mathbb{R}$ stetig ist.
- Berechnen Sie $f'_{\alpha_0}(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Begründen Sie, dass das Integral

$$I = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$$

konvergiert.

- Berechnen Sie I .

(**Hinweis:** Substituieren Sie $x \rightarrow t = \sqrt{x^2 - 1}$.)

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die **Ergebnisse** der Vordiplomklausuren hängen ab Montag, dem 11. Oktober 2004, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet für diejenigen, die sich einer **mündlichen Nachprüfung** stellen müssen, am Dienstag, dem 19. Oktober 2004, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die **Allgemeine Klausureinsicht** für alle übrigen findet, am Mittwoch, dem 03. November 2004, von 15.45 bis 17.15 im S 33 (Mathematikgebäude) statt.

Die **Nachprüfungen** selbst sind in der Woche vom 25. bis 29. Oktober 2004.