

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es sei

$$z = \frac{2}{\sqrt{3} + i}.$$

- a) Bestimmen Sie $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$, $\arg(z)$, $|z|$.
- b) Bestimmen Sie alle $n \in \mathbb{Z}$, für die z^n reell ist.
- c) Berechnen Sie die kleinsten natürlichen Zahlen m und n , für die

$$(1 + i\sqrt{3})^m = (1 - i)^n$$

gilt.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es ist

$$f(x) = \frac{1}{5x + 7}$$

gegeben.

- a) Geben Sie den Definitionsbereich D von f an.
Berechnen Sie $f'(x)$ für alle $x \in D$.
- b) Entwickeln Sie $f(x)$ in eine Potenzreihe um $x_0 = 0$.
Geben Sie den Konvergenzradius an.
- c) Entwickeln Sie $f(x)$ in eine Potenzreihe um $x_0 = 1$.
- d) Entwickeln Sie $g(x) := f^2(x)$ in eine Potenzreihe um $x_0 = 1$.
Geben Sie den Konvergenzradius an und alle x , in denen diese Reihe konvergiert.
- e) Geben Sie $g^{(25)}(1)$ an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

In einem kartesischen (x, y, z) -Koordinatensystem sind für jedes $t > 0$ die Punkte

$$A_t = \begin{pmatrix} 2t + 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, B_t = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 + \frac{2}{t} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } C = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ gegeben.}$$

- Geben Sie eine Gleichung der Ebene E_t an, die die Punkte A_t und B_t enthält und zu der die z -Achse parallel verläuft.
- Bestimmen Sie den Parameter t so, dass das Dreieck $A_t B_t C$ mit $\overline{B_t C}$ als Basis gleichschenkelig ist.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Schnittgeraden von $E_t (t \neq 2)$ mit E_2 . Deuten Sie das Ergebnis geometrisch.
- Berechnen Sie die Koordinaten des Spiegelpunktes von C an der Ebene E_2 .

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Berechnen Sie durch geeignete Substitution alle Stammfunktionen von $g(t) = \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}}$.
- Berechnen Sie x so, dass die Gleichung

$$\int_{\ln 2}^x \frac{dt}{\sqrt{e^t - 1}} = \frac{\pi}{6}$$

erfüllt ist.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Freitag, dem 25. März 2005, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den 12. April 2005, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 18. April bis 22. April 2005.