

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Ebene:

$$\{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Re}(iz) \geq 1\}, \quad \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = \operatorname{Im}(z) + 1\}.$$

- b) Zerlegen Sie die komplexen Zahlen

$$(1 + i\sqrt{3})^6 \quad \text{und} \quad \sum_{\ell=2}^{\infty} \left(\frac{1+i}{1+2i} \right)^{\ell}$$

in Real- und Imaginärteil und geben Sie ihren Betrag an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Untersuchen Sie die folgenden Reihen hinsichtlich Konvergenz:

$$1) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(e - \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n \right), \quad 2) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\binom{4n}{3n}}.$$

- b) Berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{n} - 1 \right)^n,$$

Begründen Sie Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

α, β sind positive Zahlen, $f(x) := \frac{\alpha^x - \beta^x}{x}$ ($x \neq 0$).

- a) Berechnen Sie $f'(x)$ für $x \neq 0$.
- b) Setzen Sie f stetig nach $x = 0$ fort. Die fortgesetzte Funktion wird mit h bezeichnet.
- c) Berechnen Sie $h'(0)$.
- d) Berechnen Sie $h^{(k)}(0)$ für $k \in \mathbb{N}$.
Sie können ohne Begründung verwenden, dass $h \in C^\infty(\mathbb{R})$ gilt.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ ($x > 0$), indem Sie im Integral die Variablensubstitution $x \rightarrow u := \sqrt[6]{x}$ durchführen.

b) Berechnen Sie $\int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{(x^2 + 4) \arctan(\frac{x}{2})}$.

(Hinweise: $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, für $f(x) = \arctan(x)$ gilt $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$)

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem **05.04.07**, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 17. April 07, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **23.04.07** bis **27.04.07**.

Die allgemeine Klausureinsicht findet am Mittwoch, **02.05.07**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 statt.