

Klausur
Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Physik

Aufgabe 1 ((6+4) Punkte)

- a) Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (2 + \cos x)^{x^2 y}$.
- i) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\partial_x f$ und $\partial_y f$ an der Stelle $(x, y) = (\frac{\pi}{2}, \frac{4}{\pi^2})$.
 - ii) Berechnen Sie das Taylorpolynom erster Ordnung der Funktion f im Entwicklungspunkt $(\frac{\pi}{2}, \frac{4}{\pi^2})$.
- b) Berechnen Sie:

$$\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 3\sqrt{x^4 + 9} \, dx \, dy.$$

Aufgabe 2 ((5+5) Punkte)

- a) Gegeben sei die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$g(x, y) = x^2 + y^4 + \sin^2 x.$$

Bestimmen Sie die kritischen Punkte von g und deren Typ (lokales Minimum, lokales Maximum, Sattelpunkt).

- b) Berechnen Sie das Maximum der Funktion $f(x, y) = xy$ auf der Menge $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.

Aufgabe 3 ((6+4) Punkte)

- a) Sei γ die im Gegenuhrzeigersinn orientierte Kurve, die gegeben ist durch das Geradenstück von $(0, 0)$ nach $(1, 0)$, das Geradenstück von $(1, 0)$ nach $(1, 1)$, und dem Teil der Parabel $y = x^2$ von $(1, 1)$ nach $(0, 0)$.

Sei $\lambda = xy dx + x^2 dy$. Berechnen Sie $\int_{\gamma} \lambda$ auf zwei Arten:

- Indem Sie das Kurvenintegral direkt berechnen.
 - Indem Sie den Satz von Green anwenden.
- b) Berechnen Sie das Integral

$$\int_E y d\mu,$$

wobei $E \subset \mathbb{R}^3$ das Gebiet ist, das unterhalb der Ebene $z = x + 2$, oberhalb der Ebene $z = 0$, und zwischen den Zylindern $x^2 + y^2 = 1$ und $x^2 + y^2 = 4$ liegt.

Aufgabe 4 ((6+4) Punkte)

- a) Sei $E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 2\sqrt{1 - x^2 - \frac{y^2}{4}} \right\}$ die obere Hälfte eines Ellipsoids. Sei n die stetige Einheitsnormale auf E , die ins Äußere des Ellipsoids zeigt. Das Vektorfeld G sei gegeben durch $G(x, y, z) = \left(-y, e^y, xye^{z^2} \right)$ und es sei $F = \text{rot } G$. Berechnen Sie den Fluss von F durch die mit n orientierte Fläche E .
- b) Sei $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, $\gamma(t) = 1 + \frac{3}{2}e^{it}$. Berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{z^3 + 1}{z(z + i)} dz.$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, **11.10.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1...>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **23.10.2013**, von 16.00 bis 18.00 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten statt.