

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Eine der Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ist diagonalisierbar, die andere nicht.
Begründen Sie dies.
- b) Für die diagonalisierbare Matrix aus a) berechne man eine Matrix, mit der auf Diagonalform transformiert wird. Geben Sie die zugehörige Diagonalmatrix an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sind die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = y^3 - 6y^2 - 3x^2 + 10$$

und die Menge $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 \leq 50\}$.

- a) Bestimmen Sie, falls vorhanden, alle lokalen Maxima, lokalen Minima und Sattelpunkte von f im Inneren von B .
- b) Bestimmen Sie unter Verwendung des Lagrange Ansatzes alle absoluten Extrema von f auf B .

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sind das Vektorfeld $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ yz + x^2 \\ xy^2 \end{pmatrix}$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, und
 $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq 2z, 0 \leq z \leq 1\}$.

- a) Berechnen Sie $\iint_{\partial G} \vec{F} \cdot d\vec{\sigma}$ durch ein Integral über G .
- b) Berechnen Sie $\iint_{S_1} \vec{F} \cdot d\vec{\sigma}$, wobei S_1 der Teil von ∂G ist, für den $z = 1$ gilt.
- c) Berechnen Sie $\iint_{S_2} \vec{F} \cdot d\vec{\sigma}$, wobei S_2 der Teil von ∂G ist, für den $0 \leq z < 1$ gilt.

(**Hinweis:** Behandeln Sie die Aufgabe in der vorgegebenen Reihenfolge a), b), c) .)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es sei $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 2, x \leq y \leq x^2\}$. Für $\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{x^2}{y} \\ 0 \end{pmatrix}$, $(x, y) \in G$, berechne man

$$\int_{\partial G} \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

- a) direkt,
- b) durch Integration über G .

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Montag, dem 10.04.06, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 25. April 06, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 02.05.06 bis 05.05.06.