Frühjahr 2007
15.03.2007

Diplom–Vorprüfung
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Es sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 7 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ gegeben.

a) Bestimmen Sie eine Basis des Kerns von A und eine Basis des Bildes von A.

b) Geben Sie die Bedingungen an $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ an, unter denen das Gleichungssystem $A\vec{x} = \vec{b}$ lösbar ist.

c) $\vec{b}$ erfülle die Lösbarkeitsbedingungen aus b). Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Für $\alpha \in \mathbb{R}$ sei die Matrix $A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & \alpha & 0 \\ -3 & \alpha + 2 & -2 \end{pmatrix}$ gegeben.

a) Zeigen Sie, dass α ein Eigenwert von A_α ist. Berechnen Sie alle Eigenwerte von A_α.

b) Geben Sie diejenigen α an, für die A_α diagonalisierbar ist. Begründen Sie Ihr Ergebnis.

c) Bestimmen Sie eine (3,3)–Matrix S und eine (3,3)–Diagonalmatrix D derart, dass $S^{-1}A_0S = D$ gilt.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es seien die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ durch $f(x, y) = x^2 - y^3 + 3y^2 - 4$ sowie die Menge $K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 3y^2 \leq 3\}$ gegeben.

a) Berechnen Sie die stationären Punkte von f, und entscheiden Sie, ob f in ihnen lokale Minima, Maxima oder Sattelpunkte besitzt.

b) Bestimmen Sie alle globalen Extremwerte von f auf K.

– bitte wenden –

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es seien die Mengen:

$$\begin{aligned} K &= \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 \leq 1+z,\ 0 \leq z \leq 1\}\,, \\ D_j &= \{(x,y,z)^T \in K \mid z = j\} \ \ (j = 0,1) \end{aligned}$$

sowie die Funktion $\vec{F}(x,y,z) = (2x+y^2+z,\ 2xy,\ x-\dfrac{z^2}{2})^T \ \ ((x,y,z) \in \mathbb{R}^3)$ gegeben.

a) Berechnen Sie $\displaystyle\iint\limits_{\partial K} \vec{F} \cdot d\vec{o}$ mittels Integration über K.

b) Berechnen Sie $\displaystyle\iint\limits_{D_1} \vec{F} \cdot d\vec{o}$.

Hierbei ist $d\vec{o}$ ins Äußere von K gerichtet.

c) Berechnen Sie $\displaystyle\int\limits_{\partial D_0} \vec{F} \cdot d\vec{s}$ direkt und mit Hilfe des Satzes von Stokes.

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem **05.04.07**, vor dem Sekretariat aus und liegen unter

`http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-f.html`

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 17. April 07, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **23.04.07** bis **27.04.07**.

Die allgemeine Klausureinsicht findet am Mittwoch, **02.05.07**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 statt.