

Diplom-Vorprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Geben Sie die Möbius-Transformation T mit $T(2) = \infty$, $T(\infty) = 2$ und $T(1) = 1$ an.

b) Die Möbiustransformation T sei gegeben durch $T(z) = \frac{z+1}{z-1}$. Seien

$$A_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z - \frac{1}{2}| \leq \frac{1}{2}\}, \quad A_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z + \frac{1}{2}| \leq \frac{1}{2}\} \text{ und}$$

$$G := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\} \setminus (A_1 \cup A_2).$$

Bestimmen Sie das Bild $T(G)$ von G unter der Abbildung T .

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Kurvenintegrale:

a) $\oint_{|z|=1} \frac{e^z + e^{-z}}{z^4} dz;$

b) $\oint_{|z|=2} \frac{e^{z^2}}{z^3 - z^2 + z - 1} dz$ (hier ist e^{z^2} zu lesen als $e^{(z^2)}$).

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Bestimmen Sie eine Lösung des Anfangswertproblems

$$\left(\frac{2}{x} - 2(x+y)\right)e^{-(x+y)^2} - 2(x+y)e^{-(x+y)^2}y' = 0, \quad y(1) = 0.$$

Zeigen Sie die Eindeutigkeit und bestimmen Sie das maximale $b \in (1, \infty]$ so, dass y auf dem Intervall $[1, b)$ definiert ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4y' + 5y = 0$$

und die Lösung mit den Anfangswerten $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

- b) Bestimmen Sie eine Lösung des Anfangswertproblems

$$(x^2 - 2x + 1)y'' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

über den Potenzreihenansatz

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k.$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem **09.10.2008**, vor dem Sekretariat (Mathematikgebäude 20.30) aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer **mündlichen** Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, den **21.10.2008**, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 (Mathematikgebäude 20.30) statt.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **27.10.2008** bis **31.10.2008** im Allianzgebäude 05.20.

Die **allgemeine** Klausureinsicht (siehe Aushang) findet am Mittwoch, den **05.11.2008**, von 15.45 bis 17.15 Uhr im Seminarraum S 34 (Mathematikgebäude 20.30) statt.