

**Diplom–Vorprüfung bzw. Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie das Bild von

$$G = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 1, 0 < \arg(z) < \frac{\pi}{2}\}$$

unter der Abbildung $f(z) = \left(\frac{1+z^2}{1-z^2}\right)^2$.

b) Ist f auf G injektiv?

Begründen Sie Ihr Vorgehen und Ihr Ergebnis.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Entwickeln Sie $g(z) = \frac{1}{(z+i)^2}$ um i in eine Potenzreihe.

Geben Sie den Konvergenzbereich an.

b) Berechnen Sie $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Geben Sie eine Funktion $\varphi = \varphi(x, y) \neq 0$ so an, dass die Differentialgleichung

$$(*) \quad y' = \frac{\varphi(x, y)}{e^y + x^2} \quad \text{exakt ist .}$$

b) Berechnen Sie mit φ aus a) die allgemeine Lösung von (*) in impliziter Form.

c) Bestimmen Sie die Lösung $x = x(y)$ von (*), deren Graph durch den Punkt $(1, 1)$ verläuft. Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Lösung $x = x(y)$ an.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es liegt das Problem

$$(*) \quad Ly := (1 - x^2)y'' + 2xy' - 2y = -2x^3 + 6x - 2, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -4$$

vor.

- a) Lösen Sie $Ly = 0$ mittels eines Potenzreihenansatzes.
- b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung von $Ly = 0$.
- c) Lösen Sie (*).

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Dienstag, **13.10.2009**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/vd-h.html>

im Internet.

Die **allgemeine** Klausureinsicht (siehe Aushang) findet am Mittwoch, den **21.10.2009**, von 14.00 bis 16.00 Uhr im HS 93 (Geb. 10.81) statt.

Die **mündlichen** Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom **26.10.2009** bis **30.10.2009** im Allianzgebäude 05.20.