

6. Übungsblatt

Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen und Physik

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die allgemeine Lösung.

a) $y''' + 3y'' + 3y' + y = xe^{-x}$.

b) $y''' + 2y'' + y' = x + 2e^{-x}$.

c) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = f(x)$.

Aufgabe 2:

Es sei $a > 0$ eine Konstante. Lösen Sie:

$$y''' - ay'' + a^2y' - a^3y = 0, \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = 1.$$

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie jeweils eine lineare KK -Differentialgleichung, die alle vorgegebenen Funktionen als Lösungen hat:

a) $u_1(x) = e^x, u_2(x) = e^{-x}, u_3(x) = e^{2x}, u_4(x) = e^{-2x}$.

b) $u_1(x) = x^2, u_2(x) = e^x, u_3(x) = xe^x$.

c) $u_1(x) = \cosh(x) \sin(x), u_2(x) = \sinh(x) \cos(x), u_3(x) = x$.

Aufgabe 4:

$u_1(x) = x - 1$ ist eine Lösung der Differentialgleichung

$$xy'' + (1 - x)y' + y = 0 \quad (x > 0).$$

Berechnen Sie die allgemeine Lösung.

Aufgabe 5:

a) Lösen Sie $xu' = u$.

b) Mit u aus a) löse man $v' - v = u$.

c) Schreiben Sie die Gleichung

$$xy'' - (1 + x)y' + y = 0$$

als Operatorgleichung (mit $D = (\cdot)'$).

Faktorisieren Sie diese Gleichung und verwenden Sie a) und b) zur Lösung.