Vorbereitung: Ferromagnetische Hysteresis

Carsten Röttele

10. Dezember 2011

Inhaltsverzeichnis

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

In diesem Versuch soll zunächst die Induktivität L und der Verlustwiderstand r einer Spule, die zuerst nur mit Luft gefüllt ist, bestimmt werden.

1.1 Messung

Für die folgenden Berechnungen ist es hilfreich die Impedanzen für eine Reihenschaltung mit einer Spule und einem Widerstand zu kennen. Die Formeln hierfür lauten:

$$Z = r + i\omega L \text{ und } |Z| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}}$$

Hierbei sind $\hat{U}$ und $\hat{I}$ die jeweiligen Maximalwerte der Wechselspannung. Allerdings können wir mit unseren Messgeräten nur die Effektivstromstärke berechnen, nämlich $I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$. Zudem gilt für die Phasenverschiebung:

$$\tan \Phi = \frac{\Im Z}{\Re Z} = \frac{\omega L}{r}$$

Diese lässt sich messen, indem man den Zeitunterschied der beiden Spannungen misst und man bekommt $\phi = \omega \cdot \Delta t$, wobei $\omega = 2\pi f$ gilt. Für die Messung der Stromstärke benutzt man den Widerstand, wodurch sich ergibt:

$$\hat{I} = \frac{\hat{U_R}}{R}$$

Wenn man dies nun in die Formel für den Betrag der Impedanz einsetzt, erhält man:

$$|Z| = \hat{U}\frac{R}{\hat{U_R}}$$

Wie man oben erkennen kann entspricht der Verlustwiderstand dem Realteil und $L\omega$ dem Imaginärteil der Impedanz. Daraus können wir nun den Verlustwiderstand und die Induktivität berechnen:

$$r = |Z| \cdot \cos\phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U_R}} R \cos\phi$$
$$L = \frac{|Z|}{\omega} \cdot \sin\phi = \frac{\hat{U}}{\hat{U_R}} \frac{R}{\omega} \sin\phi$$

Laut Aufgabenblatt haben wir einen Widerstand von 10Ω und man soll dies für die Effektivstromstärken von etwa $300mA$ und $30mA$ durchführen, wobei die Frequenz der Wechselspannung $50Hz$ sein soll.

1.2 Berechnung

Jetzt sollen wir die Induktivität und den Verlustwiderstand über die in der Aufgabenstellung gegebenen Werte berechnen. Allgemein gilt für die Induktivität einer langen Spule folgende Formel, die sich über die Induktionsspannung herleiten lässt:

$$L = \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l}$$

Allerdings haben wir keine genügend lange Spule, damit diese Formel stimmen würde. Stattdessen müssen wir dazu einen rein numerischen Faktor dazu multiplizieren, der laut Vorbereitungsmappe 0,55 sein soll, da wir eine Länge $l = 6,8cm$ der Spule haben, welche doppelt so groß wie der mittlere Radius $r_s = 3,4cm$ ist. Mit einer Windungszahl von 1000 und $\mu = 1$, da in der Spule nur Luft ist, erhalten wir somit:

$$L = 0,55 \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l} \approx 36,9mH$$

Für den Drahtwiderstand unseres Kupferdrahtes gilt folgende Formel:

$$r = \rho_{Cu} \frac{l_{Draht}}{A_{Draht}}$$

Der vordere Faktor ρ_{Cu} entspricht dem spezifischen Widerstand, der bei Kupfer laut Wikipedia $1,678 \cdot 10^{-2} \Omega \frac{mm^2}{m}$ groß ist. Zudem gilt für die Länge des Drahtes $l_{Draht} = n \cdot 2\pi r_s + l$. Mit dem angegebenen Durchmesser des Drahtes von $d_{Draht} = 0,7mm$ erhalten wir, indem wir die Werte einsetzen:

$$r = 9,32\Omega$$

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

Im Vergleich zur ersten Aufgabe ist die Spule jetzt mit einem geschlossenen Eisenkern gefüllt.

2.1 Messung

Man muss hier äquivalent zur Aufgabe 1.1 vorgehen, allerdings misst man jetzt bei Effektivströmen von $30mA$ und $10mA$.

2.2 Berechnung

Nun sollen die relative Permeabilität μ und die Gesamtverlustleistung aus den gemessenen Induktivitätswerten bestimmt werden. Hierfür nehmen wir die gleiche Formel, wie in Aufgabe 1.2 nur haben wir dieses Mal keinen numerischen Faktor davor, da nun die Länge keine Rolle mehr spielt.

$$L = \mu_0 \mu n^2 \frac{A}{l} \Rightarrow \mu = \frac{Ll}{\mu_0 n^2 A}$$

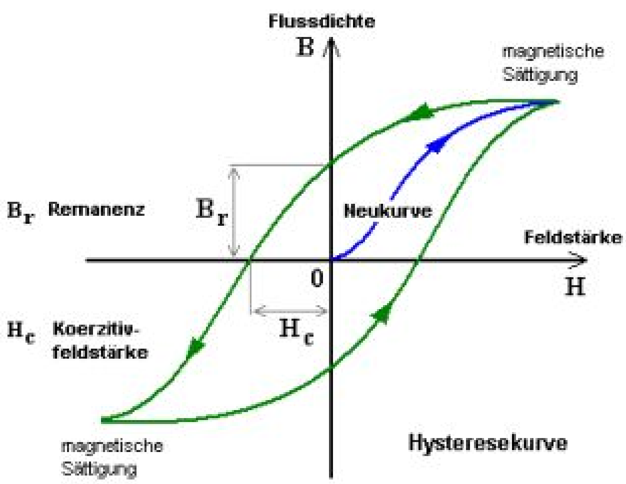
Wobei beachtet werden muss, dass die Induktivität stark von der Stromstärke abhängen wird und die Permeabilität nur bei kleinen Strömen konstant ist. Der Grund, nämlich die Hysteresis, wird später noch ausführlich behandelt.
Für die Gesamtverlustleistung gilt:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \operatorname{Re} U(t) \operatorname{Re} I(t) dt = \frac{\hat{I}^2 \cdot r}{2} = I_{eff}^2 \cdot r$$

Wir erhalten für $I_{eff} = 10mA$ eine Leistung von $P = 9,32 \cdot 10^{-4} W$ und für $I_{eff} = 30mA$ eine Leistung von $P = 8,39 \cdot 10^{-3} W$.

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

Hier geht es jetzt um die Hysterese, also um die eigentliche Messung des Versuches. Sie wird dazu benutzt, um die Auswirkungen von Metallen in Spulen zu untersuchen.



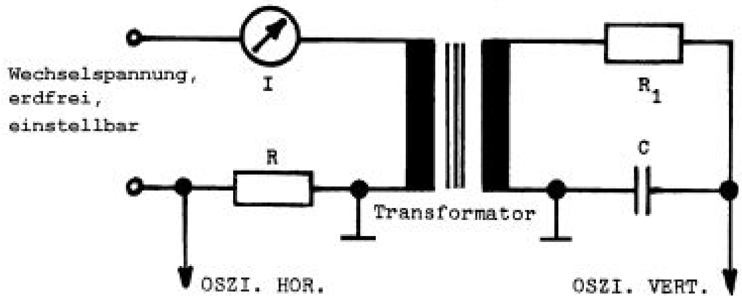
Das Bild zeigt eine typische Hysteresekurve mit ihren einzelnen spezifischen Abschnitten. Wenn die Feldstärke H erhöht wird, werden dabei die magnetischen Dipole parallel

ausgerichtet, solange bis die Sättigung erreicht ist. Hierbei gibt die Remanenz die magnetische Flussdichte B an, bei der keine Feldstärke H vorhanden ist. Der umgekehrte Fall wäre die Koerzitivkraft; sie gibt die Feldstärke H an, bei der es kein Magnetfeld B gibt. Anschaulich heißt dies, dass das Material hier entmagnetisiert ist. Bei der Neukurve handelt es sich um diejenige Kurve, welche entsteht, wenn man das erste mal eine Feldstärke anlegt.
Zudem ist es hilfreich die drei wichtigsten, verschiedenen Arten des Magnetismus bei Stoffen zu kennen. Sie können nämlich diamagnetisch, paramagnetisch und ferromagnetisch sein.
Diamagnetische Stoffe bestehen dabei aus Atomen, welche kein permanenten magnetisches Dipolmoment besitzen. Diese Stoffe sind in einem Magnetfeld dem äußeren Magnetfeld entgegengerichtet. Die Suszeptibilität χ ist daher negativ.
Paramagnete haben permanente magnetische Dipole, die sich bei angelegtem äußeren Magnetfeld ausrichten, wobei χ hier größer als 0 ist.
Bei Ferromagneten ist die Suszeptibilität sehr groß, wodurch eine Hysteresekurve entsteht.
Für den Zusammenhang zwischen H- und B-Feld gilt:

$$B = \mu_0(1+\chi)H = \mu_0\mu H$$

3.1 Magnetisierungskurve am Oszilloskop

Nun soll die Hysteresis am Oszilloskop angezeigt werden, für die Effektivströme $I_{eff} \approx 30mA$ und $I_{eff} \approx 10mA$. Dies geschieht indem man B über H aufträgt.
Der dazugehörige Schaltplan sieht folgendermaßen aus:



Man kann die magnetische Feldstärke über den Spannungsabfall U_R an dem Widerstand, welcher in Reihe mit der Spule geschaltet ist, messen. Denn für das H gilt:

$$H = n_1 \frac{I}{l} = n_1 \frac{U_R}{Rl}$$

Zudem gilt mit dem Induktionsgesetz, welches wir an der zweiten Spule anwendet:

$$U_{ind} = -n_2 A \dot{B} \rightarrow B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{ind} dt$$

Man braucht also noch das Integral von der induzierten Spannung, welches man über ein RC-Glied erhält. Für dieses gilt:

$$U_C = \frac{1}{C} Q = \frac{1}{C} \int I dt = \frac{1}{R_1 C} \int (U_{ind} - U_C) dt$$

Da die Induktionsspannung sehr viel größer als die Spannung am Kondensator ist, weil man $R_1 \gg \frac{1}{\omega C}$ wählt, verschwindet der hintere Teil des Integrals. Somit können wir für unser B-Feld schreiben:

$$B = \frac{1}{n_2 A} \int U_{ind} dt \approx \frac{U_C R_1 C}{n_2 A}$$

3.2 Eichung der Achsen

Mit den gerade hergeleiteten Formeln für H und B erhalten wir zunächst für H, wenn wir die gegebenen Werte einsetzen:

$$H = n_1 \frac{U_R}{Rl} = 208,33 \frac{A}{Vm} \cdot U$$

Für das B-Feld können wir noch keine Werte einsetzen, da erst noch entschieden werden muss, welche Kondensatoren und Widerstände man benutzt. Es gilt für die B-Achse:

$$B = \frac{U_C R_1 C}{n_2 A}$$

3.3 Bestimmung des Flächenintegrals

Jetzt soll die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und pro Umlauf über das Integral $\oint B \cdot dH$ berechnet werden. Man hat für die Auswertung dieses Integrals drei Möglichkeiten: Entweder man zählt die Kästchen oder man schneidet die Kurve aus und wiegt sie oder man lässt es analytisch am PC auswerten.
Für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung P_{mag} gilt:

$$P_{mag} = \frac{W_{mag}}{V} \cdot \frac{V}{T} = \oint B \cdot dH \cdot lAf$$

Und für den Verlustwiderstand erhält man daraus:

$$r_{mag} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2}$$

3.4 Relative Wechselfeld-Permeabilität

Wenn man die Formel $B = \mu_0 \mu H$ nach der Permeabilität μ auflöst ergibt sich:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$$

Man sucht sich nun z.B. die beiden Maximalwerte von H und B und setzt diese in die Formel ein, wodurch man erhält μ erhält.

3.5 Vergleich mit Aufgabe 2

Jetzt sollen die eben gefundenen Ergebnisse mit denen aus der Aufgabe 2 verglichen werden, wobei man vermutlich feststellen wird, dass aufgrund von Wirbelströmen die Gesamtverlustleistung größer ist, als wenn man die Ummagnetisierungs-Verlustleistung und die Drahtwiderstands- Verlustleistung zusammen addiert.

4 Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit

Bei der letzten Aufgaben soll man die Hysteresis-Kurven von einem Eisenkern und einem Ferrit-Schalenkern mit dem Oszillator darstellen lassen. Danach sollen die Sättigungsinduktion, die Remanenz, die Koerzitivkraft und die Ummagnetisierungs-Verlustleistung jeweils berechnet und miteinander verglichen werden. Die ersten drei Begriffe wurden schon zu Beginn der Aufgabe 3 geklärt und für die Ummagnetisierungs-Verlustleistung geht man äquivalent zur Aufgabe 3.3 vor. Zudem soll man analog zur Aufgabe 3.2 die Achsen eichen.

5 Quellen

Musterprotokolle
Vorbereitungsmappe (auch beide Bilder)