Versuche P1-13,14,15

Galvanometer
Versuchsvorbereitung

Thomas Keck, Gruppe: Mo-3
Karlsruhe Institut für Technologie, Bachelor Physik

Versuchstag: 10.1.2011

1 Galvanometer

Bei einem Galvanometer handelt es sich um ein elektromechanisches Strommessgerät. Über 2 Kontakte wir ein Strom angelegt, welcher in der Spule ein Magnetfeld erzeugt, aufgrund der Lorenzkraft wirkt auf die Spule im äußeren Magnetfeld ein Drehmoment, welches von den Federn kompensiert wird. Der Drehwinkel der Spule ist für kleine Auslenkungen linear zum durchfließenden Strom und wird auf einer Skala mithilfe eines Zeigers angezeigt.

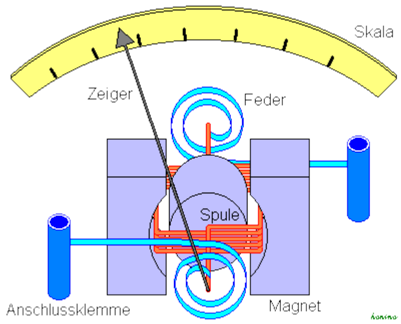

Abbildung 1: Galvanometer

Das im Praktikum verwendete Galvanometer besitzt außerdem einen Lichtzeiger auf einer linearen Skala, welche das Ablesen des Messwertes genauer macht. In der Praxis wurde in der heutigen Zeit das Galvanometer jedoch durch digitale Geräte auf Transistorbasis ersetzt. Auf die

nochmalige Herleitung aller in der Vorbereitungshilfe gewonnen DGL und deren Lösungen wird an dieser Stelle verzichtet, die entsprechenden Sachverhalte werden an passender Stelle jeweils zitiert.

2 Theoretischer Hintergrund

2.1 Gedämpfter harmonische Oszillator

Der gedämpfte harmonische Oszillator kommt in der Physik sehr häufig vor, da für kleine Auslenkungen die entstehende Rückstellkraft in vielen Systemen in erster Näherung als linear angenommen werden kann. Desweiteren wird eine Dämpfungskraft linear zur Änderung der Auslenkung berücksichtigt.

$$\ddot{x} + 2\beta \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0 \tag{1}$$

Durch einen Exponentialansatz kann diese DGL gelößt werden, es ergibt sich dabei eine Fallunterscheidung:

- Schwingfall: $\beta < \omega_0$

$$x(t) = e^{-\beta \cdot t} \cdot \left(c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}\right)$$
$$x(t) = e^{-\beta \cdot t} \cdot A \cdot \cos\left(\omega t + \phi\right)$$
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Es handelt sich dabei um eine exponentiell abfallende Schwingung.ω_0 bezeichnet dabei die Kreisfrequenz der Schwingung. Die Dämpfungskonstante β ergibt sich deshalb aus dem Logarithmus des Verhältnisses zweier Auslenkungen im Abstand einer Periodendauer T:

$$\beta = \frac{1}{T} \cdot ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right) \tag{2}$$

Der Kehrwert der Dämpfungskonstanten wird auch als Relaxationszeit bezeichnet, die Zeit die die Schwingung braucht um auf $\frac{1}{e}$ der ursprünglichen Amplitude abzufallen.

- Kriechfall: $\beta > \omega_0$

$$x(t) = e^{-\beta \cdot t} \cdot \left(c_1 e^{\omega t} + c_2 e^{-\omega t}\right)$$
$$x(t) = e^{-\beta \cdot t} \cdot A \cdot \cosh\left(\omega t\right)$$
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Es findet keine Schwingung statt, die Auslenkung geht langsam zurück in die Ruhelage

- Aperiodischer Grenzfall: $\beta = \omega_0$

$$x(t) = A \cdot (1 + B \cdot t) \cdot e^{-\beta \cdot t}$$

Für diesen Fall findet ebenfalls keine Schwingung statt, die Dämpfung ist in diesem Fall insofern optimal, dass das System auf dem schnellsten Weg zurück in die Ruhelage kommt.

2.2 Das Galvanometer als gedämpfter harmonischer Oszillator

Auf das Galvanometer wirken verschiedene elektrische und mechanische Drehmomente: Das Rückstellmoment der Feder $M_{Feder} = D \cdot \varphi$, die Luftreibung $M_{Luft} = \rho \cdot \dot{\varphi}$, eine elektromagnetische Dämpfung hervorgerufen durch die Induktionsspannung der Spule $M_{Ind} = \frac{G^2}{R_G + R_a} \cdot \dot{\varphi}$. Das schwingende System ist dabei durch das Trägheitsmoment charakterisiert $M_{Gesamt} = \Theta \cdot \ddot{\varphi}$, und wird durch den durch das Galvanometer fließenden Strom ausgelenkt $M_{Strom} = G \cdot I$ Somit ergibt sich eine DGL für das Galvanometer:

$$\ddot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \cdot \varphi + \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho \cdot \frac{G^2}{R_G + R_a}\right) \dot{\varphi} = \frac{G}{\Theta} \cdot I \tag{3}$$

Vergleicht man diese DGL mit der für den gedämpften harmonischen Oszillator so findet man:

$$2 \cdot \beta = \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho \cdot \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \tag{4}$$

$$\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta} \tag{5}$$

$$\ddot{\varphi} + 2 \cdot \beta \cdot \dot{\varphi} + \omega_0^2 \cdot \varphi = \frac{G}{\Theta} \cdot I \tag{6}$$

Für einen stationären Strom ist die rechte Seite konstant, sodass das Galvanometer ein in der Nullpunklage verschobener harmonischer, gedämpfter Oszillator ist.

Die oben hergeleiteten Fälle: Schwingfall, aperiodischer Grenzfall und Kriechfall hängen im Betrieb bei festen Galvanometer-Konstanten nurnoch vom angelegten Außenwiderstand R_a ab. Über Messungen für verschiedene R_a lassen sich daher umgekehrt Aussagen über die Galvanometer-Konstanten treffen, aus der Steigung und y-Verschiebung der jeweiligen Ausgleichsgeraden (zB. bei Versuch 2).

3 Vorexperimente

In den Vorexperimenten sollen Empfindlichkeit und Fehlerquellen des Galvanometers analysiert werden.

1. Vorexperiment Die Zuleitungsbananenstecker werden in die linke bzw. rechte Hand genommen. Da ein Galvanometer auch sehr kleine Ströme messen kann, sind minimale Ausschläge beim Schließen des Stromkreises über den eigenen Körper zu erwarten, da der menschliche Körper durch Reibung an Kleidung und elektrische Signale innerhalb des Körpers, immer ein wenig geladen ist.

2. Vorexperiment Das Galvanometer wird an einen Drahtdrehwiderstand angeschlossen und dieser Widerstand über den Schleifkontakt verändert. Auch hier kann man wieder Ausschläge am Galvanometer erwarten, da der Kontakt beim Schleifen über den Draht ebenfalls kleine Spannungen und Ströme induziert.

3. Vorexperiment Die Ruhestellung des Lichtzeigers wird beim offenen und beim geschlossenen Stromkreis (über den Drehwiderstand) beobachtet. Die Ruhestellung sollte gleich sein, da in den statischen Fällen kein Strom fließt und somit kein Drehmoment auf den Zeiger des Instruments wirken kann.

4 Messung der Schaltungen 2 bis 4

Die Versorgungsspannung wird über dem Spannungsteiler der Schaltung 1 abgegriffen. Um das Galvanometer nicht zu beschädigen wird jeweils bei der geringst möglichen Spannung U mit der

Messung gestartet. Bereits in den Vorversuchen sollte deutlich geworden sein, wie empfindlich das Galvanometer auch auf kleinste Ströme reagiert.

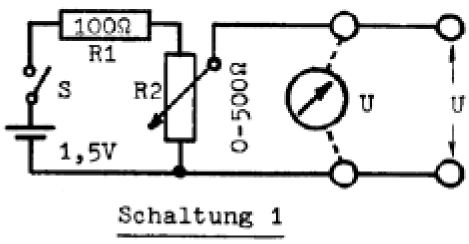

Abbildung 2: Schaltung 1

4.1 Schaltung 2

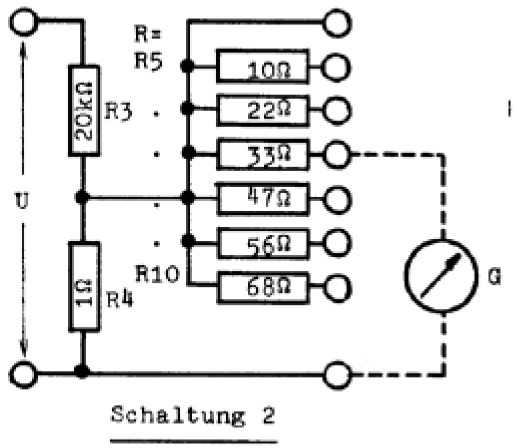

Abbildung 3: Schaltung 2

Bei einer geeigneten Spannung wird der Ausschlag α des Galvanometers in Abhängigkeit vom Vorwiderstand R_x gemessen. Bei dieser Messung sind der Vorwiderstand R_x und der Innenwiderstand R_G des Galvanometers in Reihe geschaltet. Der Ausschlag $\alpha \sim I$ ist proportional zum durchließenden Strom. Der Proportionalitätsfaktor wird als statische Stromempfindlichkeit C_I bezeichnet. Nach den Kirchhoffschen Regeln ist der Strom der durch das Galvnometer fließt gegeben durch:

$$I = U_0 \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{R_4 + R_x + R_G}$$
$$\alpha = C_I \cdot I$$
$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4} \cdot R_x + \frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4} \cdot (R_G + R_4)$$

Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden a ergibt sich nun die statische Stromempfindlichkeit, und aus dem y-Achsenabschnitt b in Folge der Innenwiderstand des Galvanometers:

$$C_I = \frac{R_3}{a \cdot U_0 \cdot R_4} \tag{7}$$
$$R_G = \frac{C_I \cdot U_0 \cdot R_4 \cdot b}{R_3} - R_4 \tag{8}$$

4.2 Schaltung 3

In dieser Schaltung soll ebenfalls der Innenwiderstand R_G des Galvanometers bestimmt werden, diesmal jedoch mithilfe einer Brückenschaltung

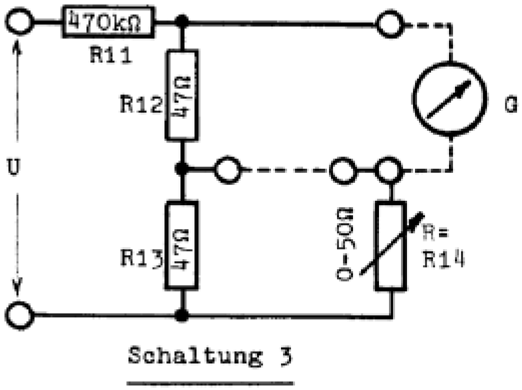

Abbildung 4: Schaltung 3

Bei offener Brückendiagonalen

Über die Kirchoffschen Regeln erhält man wiederum den Strom durch das Galvanometer:

$$I = \frac{R_{12} + R_{13}}{R_{11}} \cdot U_0 \cdot \frac{1}{R_{12} + R_{13} + R_{14} + R_G}$$

Wie oben ergibt sich eine Gerade mit Steigung a und y-Achsenabschnitt b wenn man α^{-1} über R_{14} aufträgt:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11}}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} \cdot R_{14} + \frac{R_{11} \cdot (R_{12} + R_{13} + R_G)}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})}$$

Aus der Steigung a lässt sich wieder die statische Stromempfindlichkeit C_I berechnen:

$$C_I = \frac{R_{11}}{a \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} \tag{9}$$

Bei geschlossener Brückendiagonalen

In diesem Fall kann der Widerstand R_{14} des Potentiometers vernachlässigt werden, da er klein gegenüber dem Vorwiderstand ist. Als Ausgleichsgerade ergibt sich also eine Konstante!

$$I = \frac{R_{12}}{R_{11}} \cdot U_0 \cdot \frac{1}{R_G + R_{12}} \frac{1}{\alpha} \qquad = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12})}{C_I \cdot R_{12} \cdot U_0}$$

Setzt man nun die aus den beiden Teilversuchen erhaltenen Geraden gleich, so besitzen diesen einen gemeinsamen Schnittpunkt für durch die Brückendiagonale gerade kein Strom fließt. Man erhält den Innenwiderstand einfach als Verhältnis der 3 anderen Widerstände in der Brücke:

$$R_G = \frac{R_{14} \cdot R_{12}}{R_{13}} \tag{10}$$

4.3 Schaltung 4

In diesem Versuch soll aus der Spannungsabhängigkeit C_U des Auschlages wiederum die statische Stromempfindlichkeit des Galvanometers C_I bestimmt werden.

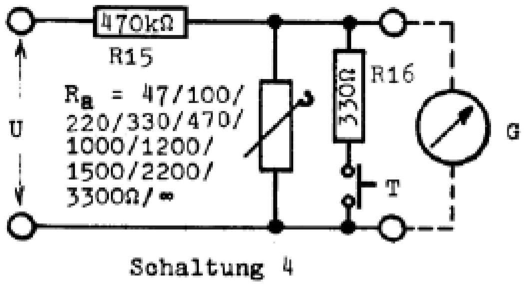

Abbildung 5: Schaltung 4

Der Gesamtstrom ist $I_{Gesamt} = \frac{U_0}{R_{15}}$ für den Winkelausschlag folgt daher:

$$\alpha = C_I \cdot \frac{U}{R_{15}}$$

Aus der Steigung dieser Geraden ergibt sich wiederum die statische Stromempfindlichkeit.

5 Galvanometer Kenngrößen

Das Schwingungsverhalten des Galvanometers soll in diesem Versuch untersucht werden, aus den Messungen werden dann die Galvanometer Konstanten berechnet, die ein Galvanometer vollständig beschreiben: G Galvanometerkonstante (entspricht dereffektive Windungsfläche der Spule), Θ Trägheitsmoment des mechanisch schwingenden Systems, D Rückstellkraft der Feder, bzw. der Torsionsaufhängung. In Abhängigkeit vom Außenwiderstand R_a wird das Dämpfungsverhältnis zwischen 2 Zeigerausschlägen $k = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n}$ und die Schwingungsdauer T des Galvanometers gemessen.

Abklingkonstante β_{R_a} Da dass Galvanometer exponentiell gedämpft ist gilt.

$$\beta_{R_a} = \frac{1}{T} \cdot ln\,(k)$$

$(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$ wird dann über R_a aufgetragen und die Ausgleichgerade mithilfe des zusätzlichen Punktes $(-R_G, 0)$ gezeichnet. Diese Gerade erfüllt nach der Literatur der Vorbereitungshilfe (S. 226):

$$\frac{1}{\beta_{R_a} - \beta_\infty} = \frac{2 \cdot \Theta}{G^2} \cdot (R_a + R_G) \tag{11}$$

Die Steigung dieser Geraden sei m

Frequenz des ungedämpften Galvanometers

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} \tag{12}$$

Außenwiderstand $R_{a,gr}$ für die Grenzdämpung für diesen Widerstand liegt gerade der aperiodische Grenzfall vor, er ergibt sich aus dem Diagramm am Punkt $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$.

Galvanometer Kengrößen Aus den oben bestimmten Werten und den in der Aufgabenstellung gegebenen Zusammenhängen ergibt sich:

$$G = \frac{2}{\omega_0^2 \cdot C \cdot m} \tag{13}$$

$$\Theta = \frac{2}{\omega_0^4 \cdot C^2 \cdot m} \tag{14}$$

$$D = \frac{2}{\omega_0^2 \cdot C^2 \cdot m} \tag{15}$$

Zu beachten ist außerdem, dass $C = \frac{C_I}{2 \cdot r}$, wobei r der Skalenabstand des Galvanometers ist.

6 Ballistische Experimente

In diesem Teilversuch werden Stromstöße die klein gegenüber der Schwingungsdauer des Galvanometers sind untersucht. Diese ballistischen Experimente dienen zu Bestimmung von Kenngrößen des Projektils. In diesem Fall der Ladung.

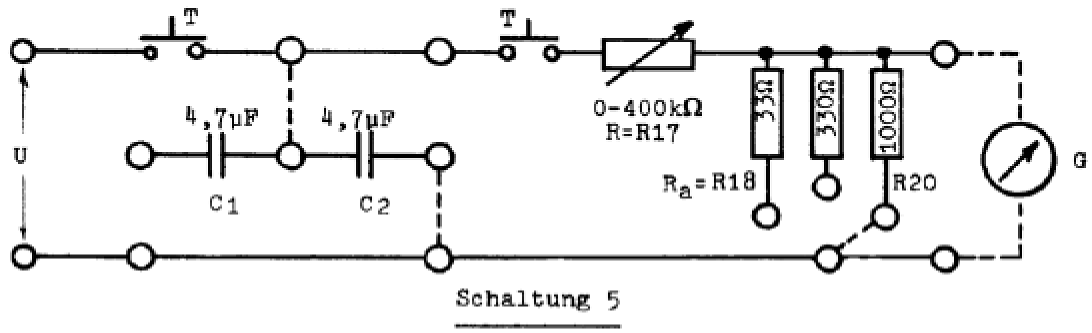

Abbildung 6: Schaltung 5

Schaltung 5 wird verwendet um über den Kondensator dem System den kurzen Stromstoß zuzuführen. Die Stoßzeit $T_Q = 3 \cdot RC$ wird so gewählt, dass zu diesem Zeitpunkt 95 % der Ladung abgeflossen sind, Q_G ist dabei die Ladung die über das Galvanometer abfließt. Das Galvanometer kann durch die Bestimmung der ballistischen Empfindlichkeit C_b später nun als Ladungsmessgerät dienen. Gemessen wird infolge jeweils der Maximalausschlag α_{max} des Galvanometers:

$$Q_G = \frac{C \cdot U}{1 + \frac{R_G}{R_a}} \tag{16}$$

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_G} \tag{17}$$

6.1 Ballistische Empfindlichkeit

Für die betrachteten Fälle kann die ballistische Empfindlichkeit bereits aus den bekannten Werten berechnet werden:

Bei minimaler Dämpfung im Schwingfall $R_a = \infty\Omega$ **und** $R_a = 1000\Omega$

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0} \tag{18}$$

Aperiodischer Grenzfall mit Grenzwiderstand $R_a = 330\Omega$

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e} \tag{19}$$

Kriechfall bei sehr größer Dämpfung $R_a = 33\Omega$

$$C_b = \frac{R_G + R_a}{G} \tag{20}$$

e ist dabei die Eulersche Zahl und kommt über den logarithmischen Dämpfungsfaktor ins Spiel.

7 Fragen

1. Der Teststrom des Ohmmeters wäre zu groß für das Galvanometer und würde es beschädigen
2. Er dient dazu den Zeigerausschlag zu stabilisieren, da bei einem unendlich großen Außenwiderstand das Galvanometer sich in einem ungedämpften Schwingfall befindet.
3. $C_U = \frac{C_I}{R_G}$ ergibt sich natürlich direkt aus der statischen Stromempfindlichkeit durch den Innenwiderstand.
4. Weil im Schnittpunktfall gerade kein Strom, auch durch die geschlossene, Brückendiagonale fließt, und die Widerstände deshalb ein bestimmtes Verhältnis zueinander haben.

5. Beim Schuss auf den Pendelsack wird über Impuls- und Energieerhaltung die Geschwindigkeit des Projektils ermittelt, in diesem Fall wird die geflossene Laungsmenge gemessen, die sonst nur sehr schwer bestimmbar ist.

Literatur

[Aufgabenstellung] Aufgabenstellung der Versuche P1-13,14,15

[Vorbereitungshilfe] Vorbereitungshilfe zu den Versuchen P1-13,14,15