

Versuch P1 - 13, 14, 15

Galvanometer

Vorbereitung

Gruppe Mo-19
Yannick Augenstein

Korrektur

Inhaltsverzeichnis

Grundlagen	2
1 Vorexperimente	4
1.1 Körperspannung	4
1.2 Drahtdrehwiderstand	4
1.3 Ruhelage mit/ohne Widerstand	4
2 Galvanometerausschlag α	5
2.1 Abhängigkeit vom Vorwiderstand B	5
2.2 Brückenschaltung zur Bestimmung des Innenwiderstands	6
2.3 Stromempfindlichkeit C_I	7
3 Galvanometer-Schwingungen	7
4 Kurze Stromstöße	8
5 Fragen	9

Grundlagen

Ein Galvanometer ist ein sehr empfindliches Strommessgerät, mit dem man niedrige Ströme messen kann. Ein Galvanometer besteht aus einer beweglich mit einer Feder verbundenen Spule, die sich im Feld eines Permanentmagneten befindet. Wenn nun ein Strom durch die Spule fließt, erfährt diese ein durch die Lorentzkraft hervorgerufenen Drehmoment. Dadurch gerät das System in eine Schwingung, die durch die rücktreibende Kraft der Feder gedämpft wird. Die Auslenkung des Systems wird durch Reflexion eines Lichtstrahls an einem auf der Spule angebrachten Spiegel über einen Schirm abgelesen. Durch diese Reflexion verdoppelt sich der Auslenkwinkel. Für ein Galvanometer gilt also eine angepasste Form der allgemeinen Differentialgleichung (DGL) für erzwungene, gedämpfte harmonische Schwingungen:

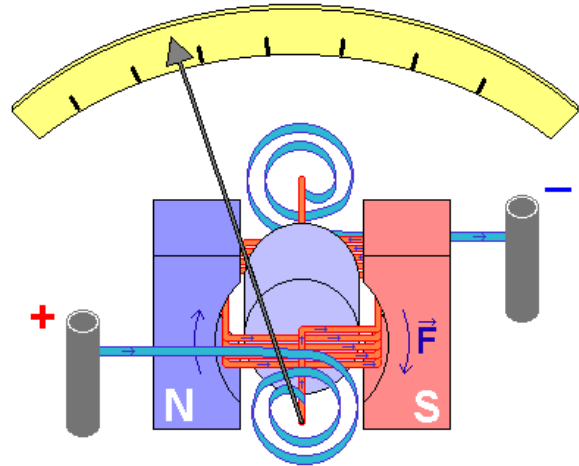


Abbildung 1: Galvanometer

Für ein Galvanometer gilt also eine angepasste Form der allgemeinen Differentialgleichung (DGL) für erzwungene, gedämpfte harmonische Schwingungen:

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \cdot \varphi = \frac{G}{\Theta} \cdot I \quad (1)$$

- Θ : Trägheitsmoment der Spule
- ρ : mechanische Dämpfungskonstante
- G : Galvanometerkonstante (entspricht beim idealen Galvanometer dem magnetischen Fluss durch die Spule)
- R_G : Innenwiderstand des Galvanometers
- R_a : Widerstand im äußeren Stromkreis (also an den Anschlüssen des Galvanometers)
- D : Federkonstante

Um diese DGL zu lösen setzen wir

$$2\beta = \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_G + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} \quad \text{und} \quad \omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$$

Dadurch ergibt sich die allgemeine Form der Schwingungsgleichung für gedämpfte harmonische Schwingungen (wir betrachten die Schwingung um die Nulllage ohne äußere Kraft):

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2 = 0$$

Diese DGL können wir mit dem Ansatz $\varphi = c \cdot e^{-\lambda t}$, $[\lambda \in \mathbb{C}]$ lösen. Hierbei erhält man $\lambda_{1/2} = \beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$. Man muss deshalb zwischen drei Fällen unterscheiden.

Kriechfall ($\beta > \omega_0$)

$$x_h(t) = e^{-\beta t} \cdot (C_1 \cdot e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + C_2 \cdot e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t})$$

In unserem System tritt dieser bei kleinen Widerständen R_a auf. Hier führt das System keine Schwingung aus (es wird zu stark gedämpft), sondern die Auslenkung nähert sich exponentiell der Ruhelage. Je kleiner der Wert für R_a , desto langsamer ist dieser Vorgang.

Aperiodischer Grenzfall ($\beta = \omega_0$)

$$x_h(t) = C_1 \cdot e^{-\beta t} + C_2 \cdot t e^{-\beta t}$$

Hier ist die Dämpfung gerade noch groß genug, dass das System nicht schwingen kann, wir haben also den größten möglichen Wert für R_a ohne Schwingung. Das System nähert sich somit in minimaler Zeit dem Nullpunkt.

Schwingfall ($\beta < \omega_0$)

$$x_h(t) = e^{-\beta t} \cdot (C_1 \cdot e^{i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t} + C_2 \cdot e^{-i\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t}) \stackrel{Re}{=} e^{-\beta t} \cdot (A \cdot \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t - \alpha))$$

Hier wird die Wurzel negativ, deshalb ergeben sich für λ komplexe Lösungen. Diese Lösung der DGL beschreibt eine normale Schwingung. Das System schwingt und die Amplitude nähert sich auf Grund der Dämpfung exponentiell dem Nullpunkt.

Anhang: Herleitung der DGL

Die Spule erfährt über eine Feder ein rücktreibendes Drehmoment:

$$M_S = -D \cdot \varphi$$

Der Luftspalt zwischen Spule und äußerem Permanentmagnet sorgt für Reibung:

$$M_R = -\varrho \cdot \dot{\varphi}$$

Der Strom I_{ges} sorgt für ein Drehmoment aus der Lorentzkraft:

$$M_L = n \cdot A \cdot B \cdot I_{ges} \quad \text{mit} \quad n \cdot A \cdot B := G$$

Wobei n die Windungszahl der Spule, A die Spulenquerschnittsfläche und G die Galvanometerkonstante ist. I_{ges} setzt sich aus zwei Komponenten zusammen:

Den durch eine äußere Spannung erzeugten äußeren Strom

$$I = \frac{U}{R_g + R_a}$$

Und den durch drehen induzierte Induktionsstrom

$$U_i = -n \cdot \dot{\varphi} = -G \cdot \dot{\varphi}$$
$$I_i = \frac{U_i}{R_g + R_a} = -\frac{G}{R_g + R_a} \dot{\varphi}$$

Für das Drehmoment folgt dann:

$$M_E = G \cdot (I + I_i) = G \cdot I - \frac{G^2}{R_g + R_a} \dot{\varphi}$$

Das kann man in die Schwingungsgleichung ($\Theta \ddot{\varphi} = M = M_D + M_R + M_E$) einsetzen und erhält

$$\ddot{\varphi} + \frac{1}{\Theta} \cdot \left(\rho + \frac{G^2}{R_g + R_a} \right) \cdot \dot{\varphi} + \frac{D}{\Theta} \cdot \varphi = \frac{G}{\Theta} \cdot I$$

1 Vorexperimente

Diese Versuche sind dazu gedacht, sich mit dem Galvanometer vertraut zu machen. Spezielles Augenmerk soll auf die Empfindlichkeit des Instruments und auf mögliche Fehlerquellen in späteren Messungen gelegt werden.

1.1 Körperspannung

Hier werden die zwei Messanschlüsse des Galvanometers jeweils in eine Hand genommen. Es wird erwartet, dass das Galvanometer zumindest ein wenig ausschlägt, da im Menschen (sehr kleine) elektrische Ströme fließen, die zu einer Potentialdifferenz zwischen rechter und linker Hand führen. Dies soll zur Veranschaulichung der Messempfindlichkeit des Galvanometers dienen.

1.2 Drahtdrehwiderstand

Das Galvanometer soll hierzu an einen Drahtdrehwiderstand (ohne Spannungsquelle!) angeschlossen werden. Wenn man nun den Widerstand verändert, ist ein Ausschlag am Galvanometer zu erwarten, da durch die Drehung eine Ladungstrennung im Widerstand hervorgerufen wird, die zu einer gewissen Spannung führt, welche dann wiederum durch den durch sie hervorgerufenen Strom am Galvanometer messbar sein sollte.

1.3 Ruhelage mit/ohne Widerstand

Wir vergleichen den Ausschlag am Galvanometer bei angeschlossenem Widerstand in der Ruhelage mit dem Ausschlag, welcher ohne Widerstand am Galvanometer vorliegt. Es sollte zumindest beim Anschließen (oder auch Abklemmen) des Widerstandes ein Ausschlag erkennbar sein.

2 Galvanometerausschlag α

In den nachfolgenden Versuchen wird die Versorgungsspannung U durch einen Spannungsteiler nach Abbildung 2 realisiert.

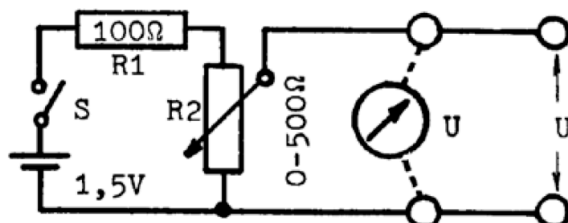


Abbildung 2: Spannungsteiler

2.1 Abhängigkeit vom Vorwiderstand B

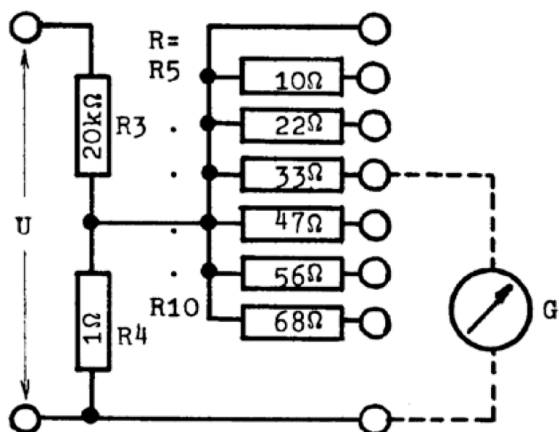


Abbildung 3: Vorwiderstände

Wir bauen zunächst die Schaltung nach Abbildung 3 auf. Wir sollen den Galvanometerausschlag bei verschiedenen Vorwiderständen R messen. Den Innenwiderstand R_G des Galvanometers und die Stromempfindlichkeit C_I bestimmen wir aus der Auftragung von α^{-1} über R . Der Strom I muss bekannt sein, denn es gilt $\alpha = C_I I^1$. Wir müssen also noch den Strom bestimmen, der durch das Galvanometer fließt. Dafür berechnen wir den Gesamtstrom I_{ges} . Da $R_4 \ll R_3$ gilt, können wir R_4 gegenüber R_3 vernachlässigen, so dass gilt $I_{ges} = \frac{U}{R_3}$.

Aus den Kirchhoffschen Regeln erhalten wir:

$$I_{ges} = I + I' \quad \text{und} \quad I \cdot (R_G + R) = I' \cdot R_4$$

Daraus folgt

$$I = \frac{U \cdot R_4}{R_3 \cdot (R_4 + R_G + R)}$$

Da $\alpha = C_I \cdot I$ können wir nun sagen

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_I \cdot I} = \frac{R_3 \cdot (R_4 + R_G + R)}{R_4 \cdot C_I \cdot U} = \underbrace{\frac{R_3 \cdot (R_G + R_4)}{R_4 \cdot C_I \cdot U}}_A + \underbrace{\frac{R_3}{R_4 \cdot C_I \cdot U}}_B \cdot R$$

¹Im statischen Fall ($\dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$ und $\varphi = \alpha$ ist $\alpha = \frac{G}{D} \cdot I$. Wir setzen $\frac{G}{D} := C_I$)

Wir erhalten also beim Auftragen von α^{-1} gegen R einen linearen Zusammenhang. Nach Berechnen dieser Ausgleichsgeraden lassen sich der Galvanometer-Innenwiderstand R_G und die Stromempfindlichkeit C_I berechnen:

$$R_G = \frac{A}{B} - R_4 \quad \text{und} \quad C_I = \frac{R_3}{R_4 \cdot U \cdot B}$$

Die statische Spannungsempfindlichkeit² erhalten wir aus:

$$C_U = \frac{\alpha}{U_G} = \frac{C_I}{R_G}$$

2.2 Brückenschaltung zur Bestimmung des Innenwiderstands

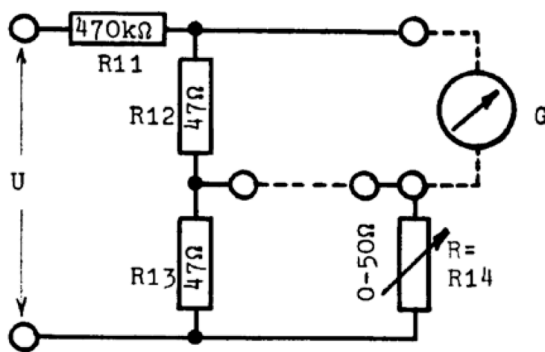


Abbildung 4: Brückenschaltung

Zur Bestimmung des Innenwiderstands des Galvanometers kann man kein übliches Widerstandsmessgerät verwenden, da die Stromstärken zu hoch für das Galvanometer wären³. Stattdessen werden wir eine Wheatstonesche Brückenschaltung wie in Abbildung 4 für diese Messung benutzen. Betrachten wir die Schaltung finden wir zwei in Reihe geschaltete Widerstände von $47\ \Omega$ (R_{12} und R_{13}) auf der einen, und ein mit dem Galvanometer in Reihe geschaltetes Potentiometer (R_{14} , $0\ \Omega$ bis $50\ \Omega$) auf

der anderen Seite. Zwischen den beiden Reihenschaltungen sind zwei Anschlüsse, sodass man diese durch Verbinden mit einem Kabel zu einer Wheatstoneschen Brücke zusammenschließen kann. Wir messen wieder den Galvanometerausschlag α bei offener und bei geschlossener Brücke in Abhängigkeit vom Widerstand R_{14} . Für beide Fälle tragen wir die Regressionsgerade α^{-1} über R auf. Die beiden Geraden schneiden sich in einem Punkt, an welchem es gleich ist, ob die Verbindung zwischen den beiden Reihenschaltungen besteht. Das bedeutet, dass an diesem Punkt kein Strom durch die Brücke fließt, dass also das Potential zwischen den beiden Anschlüssen gleich ist. Durch Ablesen des eingestellten Widerstandes am Potentiometer kann somit der Innenwiderstand R_G des Potentiometers bestimmt werden⁴:

$$R_G = \frac{R_{12}}{R_{13}} \cdot R_{Pot}$$

²Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit des Galvanometers?

³Warum kann man R_G nicht mit einem üblichen Ohmmeter messen?

⁴Wieso ergibt sich bei Aufgabe 2.2 R_G als Schnittpunkt-R?

2.3 Stromempfindlichkeit C_I

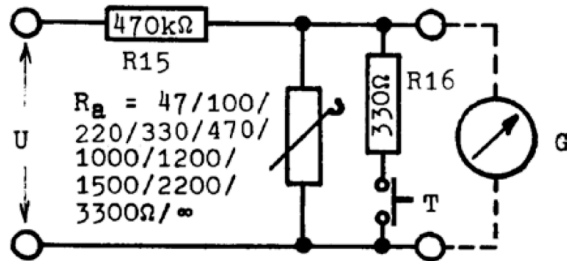


Abbildung 5: Schaltung zur Bestimmung der Galvanometer-Kenngrößen

Bei dieser Schaltung soll α in Abhängigkeit von der Spannung U für $R_a = \infty$ gemessen werden. Den Strom I , der durch das Galvanometer fließt, kann man durch $I = \frac{U}{R_{15}}$ berechnen. Wir nehmen an, dass $R_G \ll R_{15}$. Es gilt nun für die Stromempfindlichkeit C_I :

$$C_I = \frac{\alpha}{I} \quad \rightarrow \quad \alpha = C_I \cdot I$$

Tragen wir also α gegen I auf, dann bekommen wir eine Gerade mit der Steigung C_I .

3 Galvanometer-Schwingungen

Wir gehen nun vom statischen Galvanometer-Ausschlag zum dynamischen Fall über. Wir messen den Ausschlag des Galvanometers nicht mehr bei statischem Strom, sondern betrachten das System nach Ausschalten des Stroms. Deshalb werden wir es mit Schwingungen zu tun bekommen wie sie im Abschnitt *Grundlagen* bereits besprochen wurden. Die Schaltung wird gemäß Abbildung 5 aufgebaut. Zu messen sind bei dieser Versuchsreihe die Periodendauer T und die jeweiligen Schwingungsamplituden α in Abhängigkeit vom Außenwiderstand R_a . Um den Einschwingvorgang zu beschleunigen kann man ihn passend dämpfen. Dies wird durch den Tastschalter realisiert, der den Widerstand R_{16} , welcher nahe am aperiodischen Grenzfall liegt, dazuschaltet⁵. Folgende Größen sollen aus den Messdaten bestimmt werden:

- Das Dämpfungsverhältnis: $k = \frac{\alpha_{i-n}}{\alpha_i}$
- Schwingungsdauer T als Mittelwert: $T = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n T_i$
- Die Abklingkonstante: $\beta = \frac{\ln k}{T}$ (Wir tragen $(\beta_{R_a} - \beta_\infty)^{-1}$ über R_a auf.)
- Die Eigenfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\omega_\infty^2 + \beta_\infty^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2}$
- Den Außenwiderstand R_a für den aperiodischen Grenzfall. Da hier $\beta = \omega_0$ gilt, kann der Widerstand bei $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$ abgelesen werden. Die Galvanometer-Kenngrößen Θ , G und D . Sie lassen sich aus $B = 2\frac{\Theta}{G^2}$, $\omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}$ und $\frac{C_I}{2r} = \frac{G}{D}$.

⁵Wozu könnte wohl der in Schaltung 4 zum Galvanometer parallelschaltbare 330 Ω -Widerstand dienen?

4 Kurze Stromstöße

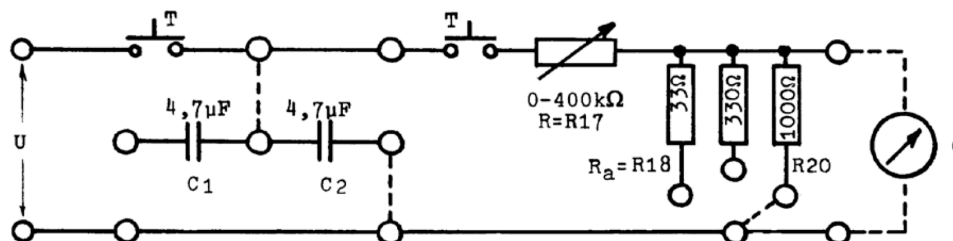


Abbildung 6: Stromstöße

In dieser Versuchsreihe wird das Verhalten des Galvanometers bei kurzen Stromstößen untersucht. Die Stromstöße werden durch das Entladen eines Kondensators erzeugt, der gemäß Abbildung 6 geschaltet ist. Da ein Kondensator sich jedoch exponentiell entlädt und somit erst für $t \rightarrow \infty$ vollständig entladen ist, rechnen wir mit einer Stromstoßdauer von $T_Q = 3RC$. Nach dieser Zeit hat sich der Kondensator zu etwa 95% entladen. Wenn man stärkere Dämpfungen als β_∞ betrachten möchte, muss man über R_a weitere Widerstände parallel zum Galvanometer schalten. Zu beachten ist dabei, dass nur ein Bruchteil der Ladung durch das Galvanometer fließt:

$$Q_G = \frac{C \cdot U}{1 + \frac{R_G}{R_a}} \stackrel{R_a \rightarrow \infty}{=} C \cdot U$$

Die ballistische Empfindlichkeit C_b können wir analog zur Stromempfindlichkeit C_I berechnen:

$$C_b = \frac{\alpha}{Q_G}$$

Für die Messung haben wir drei verschiedene Widerstände R_a , die die drei möglichen Schwingungsfälle abdecken und aus denen wir dann C_b berechnen können:

- Kriechfall ($R_a = 33 \Omega$):

$$C_b = \frac{R_G + R_a}{G}$$

- Aperiodischer Grenzfall ($R_a = 330 \Omega$):

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e}$$

- Schwingfall ($R_a = \infty$ und $R_a = 1000 \Omega$)

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0}$$

In diesem Versuch zum ballistischen Galvanometer kann man über den Ausschlag etwas über die durch das Galvanometer geflossene Ladungsmenge sagen (man könnte über C_b und den maximalen Ausschlag die geflossene Strommenge berechnen). Das ist vergleichbar mit mechanischen Versuchen, bei denen man über momentane Änderungen Aussagen der Energie oder des Impulses eine Aussage über die Geschwindigkeit eines Objekts machen kann, wie z.B. im Versuch "Schuss in einen Pendelsack"⁶.

5 Fragen

Die Fragen wurden an den passenden Stellen im Text beantwortet und mit einer Fußzeile markiert.

⁶Welchen Sinn haben ballistische Messungen? Vergleichen Sie z.B. mit dem Mechanik-Versuch "Schuss in einen Pendelsack".