Auswertung e/m-Bestimmung

Marcel Köpke & Axel Müller
marcel.koepke@googlemail.com & axel891@gmx.net

16.01.2012

Inhaltsverzeichnis

1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr **3**
1.1 Magnetfeld zwischen Helmholtzspulen 3
1.2 Eichung der Hallsonde 4
1.3 Vergleich der Werte 6
1.4 Messen des Durchmessers 7

2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch **12**
2.1 Vorbereitende Versuche 12
2.2 Messung des Spulenstroms 12

1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

1.1 Magnetfeld zwischen Helmholtzspulen

Um die Homogenität zwischen zwei Helmholtzspulen zu überprüfen, wird bei verschiedenen Spulenströmen mit einer Hall-Sonde an verschiedenen Stellen die Hallspannung gemessen, die proportional zur Feldstärke ist. Hierbei hat sich gezeigt, dass das Magnetfeld für den Versuch ausreichend homogen ist. Es nimmt nach außen hin leicht ab und am Rand misst man dann deutliche Abweichungen. Dies ist für den Versuch allerdings unwichtig, da für die Messungen in 1.4 dieser Bereich nicht genutzt wird.

Position	U in mV für 1,0 A	U in mV für 1,5 A	U in mV für 2,0 A
1	0.1100	0.1560	0.2060
2	0.1160	0.1630	0.2200
3	0.1175	0.1650	0.2205
4	0.1180	0.1660	0.2205
5	0.1176	0.1660	0.2210
6	0.1161	0.1650	0.2190
7	0.1114	0.1590	0.2090
8	0.0952	0.1360	0.1775
9	0.1141	0.1670	0.2190
10	0.1179	0.1695	0.2220
11	0.1171	0.1650	0.2210
12	0.1161	0.1645	0.2190

Tabelle 1.1: Messwerte

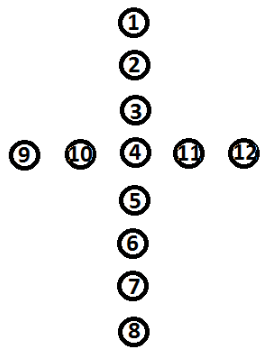

Abbildung 1.1: Messpositionen

1.2 Eichung der Hallsonde

In einer langen Spule wird nun die Hallspannung in Abhängigkeit von der Stromstärke in der Spule gemessen.

Spulenstrom I in mA	Hallspannung U_H in mV
400	0.162
420	0.170
440	0.176
460	0.185
480	0.196
500	0.205
520	0.213
540	0.225
560	0.232
580	0.239
600	0.247

Tabelle 1.2: Messwerte

Für die lange Spule gilt $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$. Da die Hallspannung proportional zur B-Feldstäre ist sollte dies im Umkehrschluss also auch für den Spulenstrom gelten:

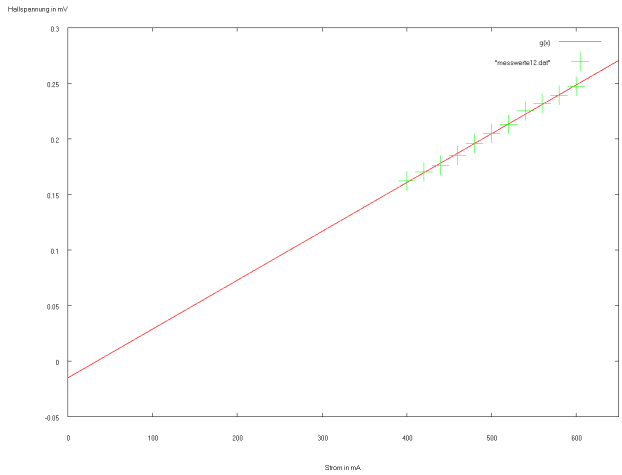

Abbildung 1.2: graphische Darstellung

Die Abbildung bestätigt ganz klar den linearen Zusammenhang. Die Ausgleichsgerade genügt der Gleichung:

$$\begin{aligned} U_H &= a \cdot I + b \\ a &= 0.000439091 \mathrm{mV}/\mathrm{mA} \\ b &= -0.015 \mathrm{mV} \end{aligned}$$

Der Eichfaktor beträgt also $b = -0.015$mV. Dieser sollte bei allen weiteren Messungen abgezogen werden.

Nun berechnet man die B-Felder bei gegebenem Spulenstrom über $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ und stellt sie den korrigierten Hallspannungen gegenüber:

U_H in mV	B in mT
0.177	1.257
0.185	1.320
0.191	1.382
0.200	1.445
0.211	1.508
0.220	1.571
0.228	1.634
0.240	1.697
0.247	1.759
0.254	1.822
0.262	1.885

Tabelle 1.3: berechnete Werte mit gemessenen Spannungen

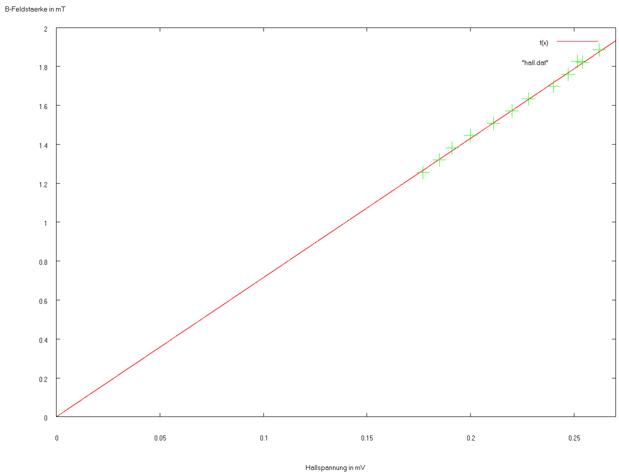

Abbildung 1.3: graphische Darstellung

Wie man sieht ist der Zusammenhang wie erwartet linear. Die Ausgleichsgerade genügt der Gleichung:

$$
\begin{aligned}
B &= k \cdot U_H \\
k &= 7.15492^{\mathrm{mT}}/_{\mathrm{mV}}
\end{aligned}
$$

Wir wissen zudem dass auch $k = \frac{1}{vd}$ gilt.

1.3 Vergleich der Werte

Nun sollen die gemessen Werte des Mittenfelds (Position 4) der Helmoltz-Spulen-Anordnung mit den berechneten Werten verglichen werden. Von den gemessenen Werten wurde jeweils noch der Eich-Faktor abgezogen:

Stromstärke I [A]	Magnetische Feldstärke B [mT]	Gemessenes B [mT]
1,0	0,779	0,952
1,5	1,169	1,295
2,0	1,558	1,685

Tabelle 1.4: Vergleichstabelle

Die Abweichungen sind auf Ungenauigkeiten in der Hall-Sonde und den Messgeräten zurückzuführen.

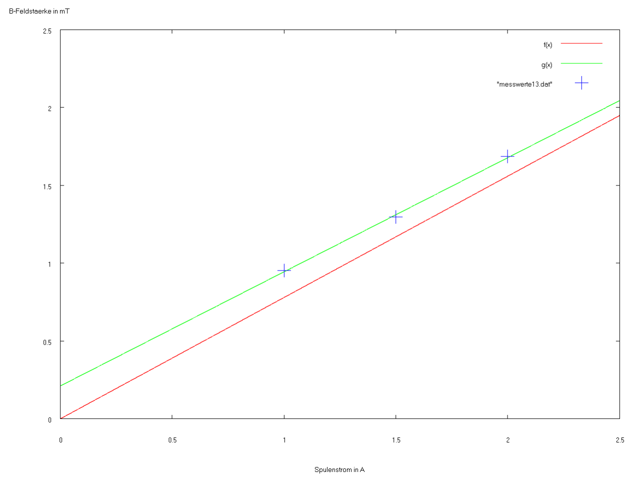

Abbildung 1.4: graphische Darstellung

Unsere Ausgleichgerade genügt folgender Gleichung:

$$B = 7,33 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A} \cdot I + 0.211 \cdot 10^{-4} T$$

Tatsächlich sollte sich eine Ursprungsgerade ergeben, wie sich aber noch zeigen wird, beschreibt der obere Zusammenhang das B-Feld in dem Bereich 1A bis 2A das Feld besser als die theoretische Formel. Es ist anzunehmen, dass die Hall-Sonde sich in niedrigen Ampèrebereichen nicht mehr linear verhält.

1.4 Messen des Durchmessers

Um die spezifische Ladungsdichteeines Elektrons $\frac{e}{m}$ zu bestimmen, misst man den Radius der Elektronenkreisbahn im Fadenstrahlrohr bei verschiedenen Anodenspannungen und Spulenstromstärken. Dazu trägt man $\frac{2U_A}{B^2}$ gegen r^2 auf. Dazu benutzen wir die gemessenen B-WerteDie Steigung der Geraden ergibt $\frac{e}{m}$.

Beschleunigungsspannung U in V	Radius in m bei 1,25A	Radius in m bei 2A
100	0.0305	0.017
125	0.034	0.019
150	0.038	0.021
175	0.041	0.024
200	0.043	0.026
225	0.0455	0.02775
250	0.0485	0.0295

Tabelle 1.5: Messreihe a)

Spulenstrom in A	Radius in m bei 250V	Radius in m bei 125V
1.0	-	0.042
1.2	0.05	0.036
1.4	0.0435	0.0315
1.6	0.037	0.0265
1.8	0.0335	0.0235
1.9	0.0315	-
2.0	0.03	0.0215

Tabelle 1.6: Messreihe b)

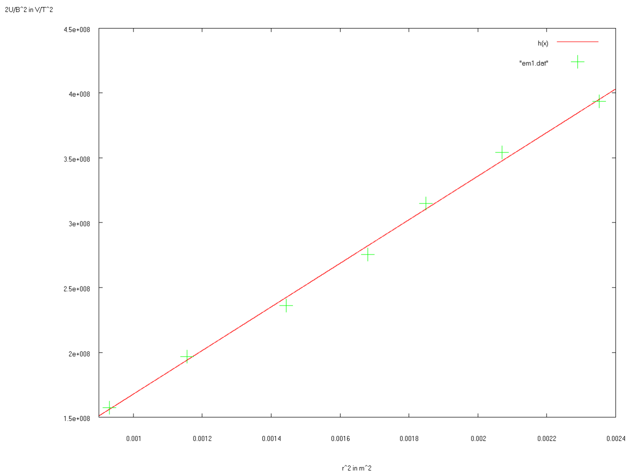

Abbildung 1.5: U=100V-250V; I=1,25A

Aus der Ausgleichgerade ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = 1,67935 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = 0,0114 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 0,6788\%$$

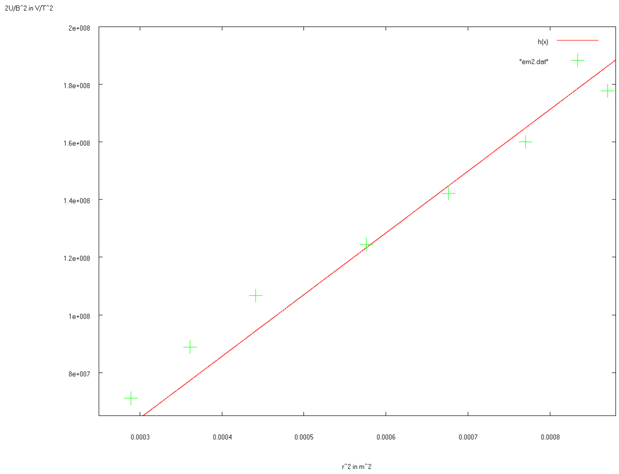

Abbildung 1.6: U=100V-250V; I=2A

$$\frac{e}{m} = 2,1408 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = 0,05569 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 2,601\%$$

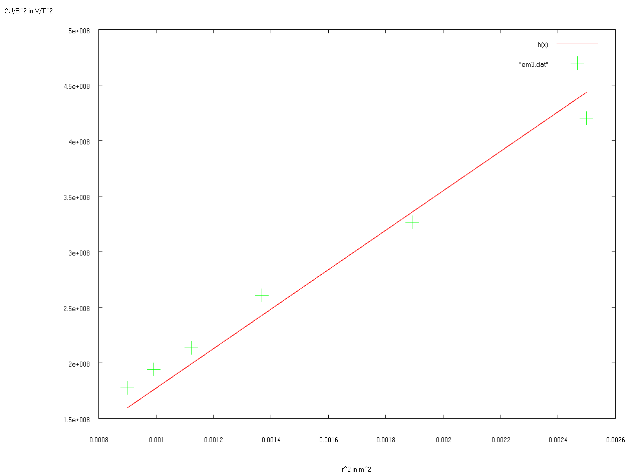

Abbildung 1.7: I=1,2A-2,0A; U=250V

$$\frac{e}{m} = 1,77407 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = 0,04972 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 2,803\%$$

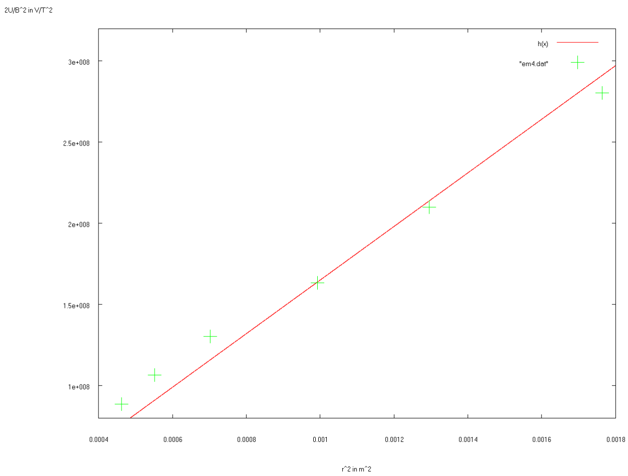

Abbildung 1.8: I=1,0A-2,0A; U=125V

$$\frac{e}{m} = 1,6511 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = 0,0468 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \hat{=} 2,835\%$$

Jetzt bilden wir den arithmetischen Mittelwert der e/m-Werte und wählen den größten statistischen Fehler aus und runden diesen auf die erste signifikante Stelle:

$$\frac{e}{m} = 1.81133 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = 0.06 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Nun berechnen wir noch den systematischen Fehler. Für B wurde folgende Formel angenommen:

$$B = 7,33 \cdot 10^{-4} \frac{T}{A} \cdot I + 0.211 \cdot 10^{-4} T$$

B hängt nur von einer Messgröße I ab, die einen relativen Fehler von 1% aufweißt, der sich somit auf B fortpflanzt:

$$\frac{\Delta B}{B} = 0,01$$

Die Skalengröße des Lineals betrug 1mm, der Skalenfehler damit 0,5mm. Jedoch besaß der Strahl eine Dicke von 1mm. Zusammen mit dem Paralaxenfehler schätzen wir die Abweichung auf ±3mm pro Messung. Der größte relative Fehler ergibt sich für die kleinste Radienmessung zu

$$\frac{\Delta r}{r} = 0,09$$

Die Ungenauigkeit des Spannungsmessgeräts beträgt 1%:

$$\frac{\Delta U}{U} = 0,01$$

Die Formel für $\frac{e}{m}$ lautet:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2}$$

Die drei Messgrößen U, r und B sind nicht korreliert. Daher benutzen wir die Gaußfehlerfortpflanzung:

$$\Delta \frac{e}{m}_{sys} = \sqrt{(\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial B})^2 \cdot \Delta B + (\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial U})^2 \cdot \Delta U + (\frac{\partial \frac{e}{m}}{\partial r})^2 \cdot \Delta r}$$

Da die Größen jedoch nur potenziert, multipliziert und dividiert werden, vereinfacht die Fortpflanzung zu:

$$\frac{\Delta \frac{e}{m}}{\frac{e}{m}}_{sys} = \frac{\Delta U}{U} + 2 \cdot \frac{\Delta B}{B} + 2 \cdot \frac{\Delta r}{r} = 0,21$$

Der relative sytematische Fehler entspricht damit 21%. Damit können wir $\frac{e}{m}$ wie folgt angeben:

$$\frac{e}{m} = (1,81 \pm 0,38 \pm 0,06) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Der Literaturwert ist:

$$\frac{e}{m} = 1,7588 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Wie man sieht liegt der Literaturwert eindeutig zwischen den Fehlergrenzen. Mit dieser Messung konnten wir aufgrund der großen systematischen Fehler nur die Größenordnung von $\frac{e}{m}$ bestimmen.

2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

2.1 Vorbereitende Versuche

Nachdem alle Geräte richtig angeschlossen und die Beschleunigungs- und Deflektorwechselspannung angelegt wurden, war auf dem Schirm ein vertikaler Strich zu erkennen.Bei Veränderung des Spuelstroms dreht sich dieser Strich und wird kürzer bis nur noch ein Punkt dargestellt wird. Durch eine weitere Stromstärkenerhöhung wird das Bild wieder größer und dreht sich weiter, jedoch reicht die Erhöhung nicht, um das Bild noch einmal zu einem Punkt zu formen. Das Verhalten der Abbildung kommt daher, dass die Elektronen nicht alle parallel zum Magnetfeld eingeschossen werden. Dadurch beschreiben sie keine geraden Bahnen, sondern bewegen sich auf der Oberfläche eines Zylinders. Wenn kein Spulenstrom anliegt, zieht die Deflektorspannung den Strahl auseinander und erzeugt den Strich. Ein Punkt kommt dann zustande, wenn die Elektronen eine komplette Umdrehung durchgeführt haben und alle im gleichen Punkt auf den Schirm treffen.

2.2 Messung des Spulenstroms

Wir messen den nötigen Spulenstrom für die Beschleunigungsspannung von 500V bis 700V mit zwei verschiedenen Deflektorzentren und tragen anschließend U über I^2 auf. Für das Magnetfeld der Spule gilt folgende Näherung:

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\mu_0 I n}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2+(L-a)^2}}\right) \\
\overline{B_1} &= \frac{1}{p_1}\int_{\frac{L-p_1}{2}}^{\frac{L+p_1}{2}} B \cdot da \\
&= \frac{\mu_0 I n}{2Lp_1} \cdot \left(\left[\sqrt{R^2+a^2} - \sqrt{R^2+(L-a)^2}\right]_{\frac{L-p_1}{2}}^{\frac{L+p_1}{2}}\right. \\
&= 0,06180\frac{T}{A} \cdot I \\
&= k_1 \cdot I
\end{aligned}$$

für das erste Deflektorplattenpaar mit $p_1 = 88mm$, dem Abstand Deflektor-Schirm. Für das zweite Paar gilt:

$$\overline{B_2} = \frac{1}{p_2}\int_{\frac{L-p_2}{2}}^{\frac{L+p_2}{2}} B \cdot da$$

$$\begin{aligned} &= 0,06231\frac{T}{A} \cdot I \\ &= k_2 \cdot I \end{aligned}$$

mit $p_2 = 70mm$, dem Abstand Deflektor-Schirm. Weiterhin gilt für $\frac{e}{m}$:

$$\begin{aligned} \frac{e}{m} &= \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{B_i^2 \cdot p_i^2} \\ \frac{e}{m} I^2 &= \frac{8\pi^2 \cdot U_A}{k_i^2 \cdot p_i^2} \end{aligned}$$

Nun tragen wir $\frac{8\pi^2 \cdot U_A}{k_i^2 \cdot p_i^2}$ über I^2 auf und erhalten aus der Steigung der Ausgleichgerade $\frac{e}{m}$. Für das erste Deflektorzentrum ergab sich folgende Ausgleichgerade:

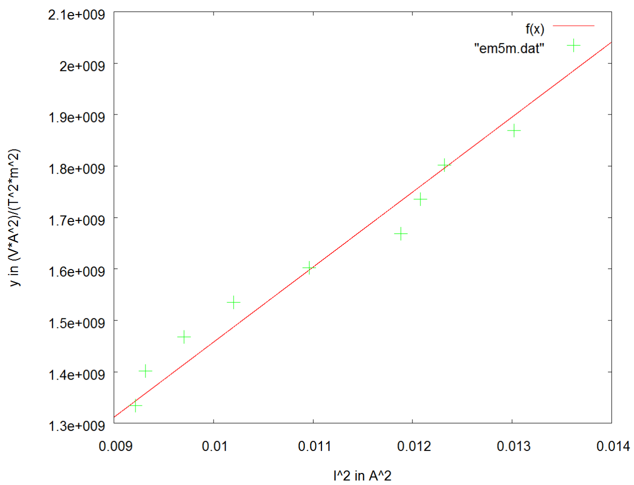

Abbildung 2.1: Ausgleichgerade

Somit gilt für $\frac{e}{m} = (1,45791 \pm 0,01202) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$
Für das zweite Deflektorzentrum ergab sich folgende Ausgleichgerade:

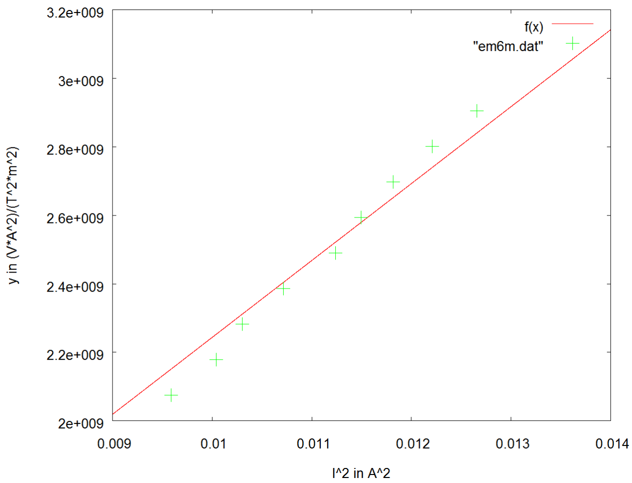

Abbildung 2.2: Ausgleichgerade

Somit gilt: $\frac{e}{m} = (2,24391 \pm 0,01626) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$
Die angegebenen Fehler sind statistische Fehler und entsprechen je 0,8227% bzw. 0,7248%. Nun werden noch die systematischen Fehler berechnet: Wir nehmen folgende Fehler für die Messinstrumente an:

- $\frac{\Delta U}{U} = 0,01$
- $\frac{\Delta I}{I} = 0,01$
- $\frac{\Delta p_i}{p_i} = 0,014$

Der Spulenstrom musste so eingestellt werden, dass sich ein Punkt auf dem Leuchtschirm ergab. Da dies wahrscheinlich nicht genau möglich ist, schätzen wir den Fehler des Stroms auf 5% ab. Die Fehler sind wie oben nich korreliert und die Messgrößen treten wieder nur durch Multiplikation, Division und Potenz verknüpft auf. Daher lässt sich wieder die vereinfachte Form der allgemeinen Lösung der Gauß-Fehlerabschätzung benutzen:

$$\frac{\Delta \frac{e}{m}}{\frac{e}{m}}_{sys} = \frac{\Delta U}{U} + 2 \cdot \frac{\Delta I}{I} + 2 \cdot \frac{\Delta p_i}{p_i} = 0,138$$

Der Mittelwert der spezifischen Ladung lautet:

$$\frac{e}{m} = 1,85091 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}.$$

Damit lautet der systematische Fehler:

$$\Delta \frac{e}{m}_{sys} = \pm 0,25543 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Für den statistischen Fehler wählen wir den größten Absolutwert aus:

$$\Delta \frac{e}{m}_{stat} = \pm 0,01626 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Damit erhalten wir das Endergebnis:

$$\frac{e}{m} = (1,85 \pm 0,26 \pm 0,02) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$$

Der Literatur wert liegt erneut zwischen den Fehlergrenzen.