# Vorbereitung: e/m-Bestimmung des Elektrons

Marcel Köpke (1588978)
Gruppe 7

14.01.2012

# Inhaltsverzeichnis

# 1 Fadenstrahlrohr

Bei dieser Methode werden beschleunigte Elektronen in ein der Stärke und Richtung nach bekanntes Magnetfeld geschossen. Dabei durchlaufen diese, wenn sie unter dem richtigen Einfallswinkel eingeschossen wurden, eine Kreisbahn. Aus dem Radius dieser Kreisbahn kann man dann Schlüsse auf die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ ziehen.

## 1.1 Magnetfeldbestimmen

Zuerst muss jedoch Stärke und Richtung, des verwendeten Magnetfelds bestimmt werden. Zur Erzeugung des Magnetfelds werden Helmoltz-Spulen-Anordnungen verwendet:

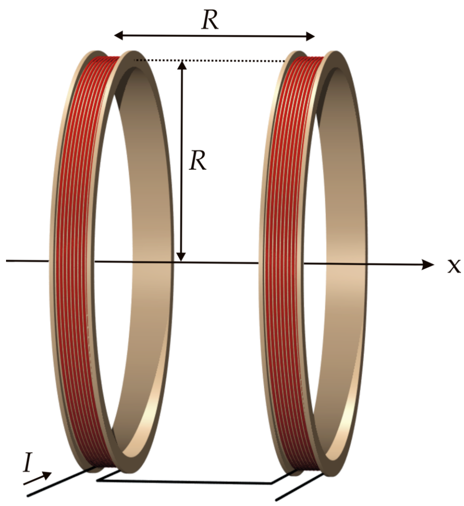


Abbildung 1.1: Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Helmholtz-Spule

Diese bestehen aus 2 baugleichen Spulen, welche in exakt dem Abstand voneinander angebracht werden, der ihrem Innenradius entspricht. Dadurch kann entlang der Mittelachse beider Spulen ein in guter Näherung homogenes Magnetfeld erzeugt werden.

Da sich die Anordnung im Praktikum, jedoch in einer verschlossenen Plexiglaskasten befinden wird, müssen wir uns eines Tricks behelfen und das Magnetfeld zwischen den zwei Spulen «indirekt» über eine 3. Spule außerhalb des Kasten bestimmen. Man bringt also die 3. Spule außerhalb in dem Abstand von einer der beiden innern Spulen an, dass nun beide wieder eine Helmholtz-Spulen-Anordnung bilden. Dann kann man das Magnetfeld außerhalb des Kastens messen und in Näherung annehmen, dass dieses im Inneren, ebenso stark sein wird.

Die tatsächliche Messung des Magnetfelds wird mit einer Halsonde stattfinden.

## 1.2 Hallsonde

Eine Hallsonde ist eine Messvorrichtung, zur Messung von Magnetfeldstärken. Sie beruht auf dem Hall-Effekt. Dieser besagt, dass sich an einer stromdurchflossenen Leiterplatte, welche von einem homogenen Magnetfeld durchdrungen wird eine Spannung an zwei Plattenflächen einstellen wird, die der Ablenkung von Leitungselektronen durch das Magnetfeld (Lorentzkraft) entgegenwirkt. Diese sogenannte Hall-Spannung $U_H$ ist dann genau so groß, dass die Lorentzkraft auf die Leitungselektronen durch die zwischen den Leiterflächen nun herschende elektrostatische Kraft kompensiert wird:

$$F_{Lorentz} = F_{elektr.}$$

Damit er gibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen B-Feldstärke und Hallspannung:

$$\begin{aligned} e \cdot v \cdot B &= e \cdot E \\ B &= \frac{1}{v \cdot d} \cdot U_H \end{aligned}$$

Der Vorfaktor $\frac{1}{vd}$ ist für eine konstante Betriebsspannung ebenfalls konstant (Bestimmung siehe unten).

Eine Hallsonde kann nach den hier beschriebenen Methoden aufgebaut werden.

## 1.3 Eichung der Hallsonde

Um Rückschlüsse auf das B-Feld machen zu können müssen wir die Hallsonde in einem bekannten Magnetfeld eichen. Dazu verwenden wir eine «lange» Spule, deren B-Feldstärke durch folgende Gleichung wiedergegeben wird:

$$B = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

wobei N Windungzahl, L Spulenlänge und I der Spulenstrom sind. All diese Größen sind bekannt und wir können das Magnetfeld berechnen.

Wir bringen nun unsere Hallsonde in die lange Spule ein und messen die Hallspannung bei konstanter Betriebsspannung. Dann ergibt sich der Vorfaktor $k = \frac{1}{vd}$ zu:

$$k = \mu_0 \frac{N}{L} \cdot \frac{I}{U_H}$$

## 1.4 Theoretische Werte

Die B-Feldstärke der Helmholtzspulenanordnung kann auch direkt berechnet werden. Hierbei gilt für den Mittelpunkt der gesamten Anordnung:

$$B = \mu_0 \cdot 0,7155 \cdot \frac{N \cdot I}{R}$$

wobei aus der Vorbereitungsmappe folgt:

$$\begin{aligned} N &= 130 \\ R &= 0,15\text{m} \end{aligned}$$

Damit folgt dann für verschiedene Spulenströme I:

| I in A | B in T |
|---|---|
| 1,0 | $7,79 \cdot 10^{-4}$ |
| 1,5 | $11,69 \cdot 10^{-4}$ |
| 2,0 | $15,58 \cdot 10^{-4}$ |

Tabelle 1.1: theoretische B-Feldstärken

## 1.5 e/m-Bestimmung

Schießt man nun bei bekanntem Magnetfeld Elektronen in die Helmholtzspuleneinrichtung so ein, dass sich keine Spiralbahnen sondern Kreisbahnen im leuchtenden Wasserstoffgas (die Elektronen ionisieren das Wasserstoffgas, beim Rückfall eines Elektrons in die Wasserstoffatomhülle wird Energie in Form von sichtbarem Licht frei) zeigen dann kann man die spezifische Ladung e/m unter Messung des Radius wie folgt berechnen:

Die Lorentzkraft lenkt die Elektronen ab und hält sie auf ihrer Kreisbahn. Damit:

$$\begin{aligned} F_{Lorentz} &= F_{zentripetal} \\ \frac{m \cdot v^2}{r} &= e \cdot v \cdot B \\ \frac{e}{m} &= \frac{v}{r \cdot B} \end{aligned}$$

Allerdings ist uns bis jetzt die Geschwindigkeit der eingeschossenen Elektronen noch nicht bekannt. Jedoch können wir diese unter Kenntnis der Beschleunigungsspannung $U_A$ wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{elektr.} \\ \frac{1}{2}mv^2 &= e \cdot U_A \\ v^2 &= 2U_A\frac{e}{m} \end{aligned}$$

Quadriert man die zuvor erhaltene Gleichung für e/m und setzt dieses Ergebnis nun ein erhält man schlussendlich:

$$\frac{e}{m} = 2\frac{U_A}{r^2B^2}$$

Tatsächliche Messgrößen sind hier also die Beschleunigungsspannung $U_A$, die B-Feldstärke $B$ in der Helmholtzspulen-Anordnung und der Radius $r$ der Kreisbahn der eingeschossenen Elektronen.

# 2 Methode von Busch

Hier werden Elektronen «schräg» in das Magnetfeld geschossen, sodass sie eine Spiralbahn beschreiben. Dazu werden wir eine Kathodenstrahlröhre verwenden.

## 2.1 Kathodenstrahlröhre

Eine Kathodenstrahlröhre besteht aus einer Beschleunigungsvorrichtung für Elektronen, die aus einer Glühkathode «freigesetzt» und über eine Anode beschleunigt werden. Zudem gibt es noch verschiedene Ablenk- und Fokusierungsvorrichtungen für den so gewonnen Elektronenstrahl. Bei uns ist dies ein parallel zur Strahlrichtung angebrachtes Magnetfeld und verschiedene elektrostatische Ablenkvorrichtungen (z.B. Ablenkplatten), die durch anlegen einer Spannung zur gewünschten Ablenkung führen. Am Ende der Kathodenstrahlröhre befindet sich ein Leuchtschirm, der beim auftreffen eines Elektrons einen Lichtpunkt erzeugt.

## 2.2 e/m-Bestimmung

Wir erzeugen nun also einen Elektronenstrahl mit unserer Kathodenstrahlröhre und bilden diesen auf den Leuchtschirm ab. Dabei legen wir jedoch eine Wechselspannung an einer der Ablenkplatten (Deflektor) an, sodass ein Strich auf dem Leuchtschirm entsteht. Durch Modifizieren der Ablenkspannung soll dieser möglichst lang sein.

Schaltet man nun das Magnetfeld dazu, so werden die Elektronen wie bereits erwählt auf eine Spiralbahn getrieben, da diese nun nicht mehr parallel zum Magnetfeld einfallen, sondern die Geschwindigkeitskomponente nun auch einen senkrechten Anteil $v_s$ hat. Auch hier gilt jedoch wieder:

$$\begin{aligned} F_{Lorentz} &= F_{zentripetal} \\ evB &= \frac{mv_s^2}{r} \\ \frac{v_s}{r} &= \frac{e}{m}B \end{aligned}$$

Wobei natürlich auch $\frac{v_S}{r} = \omega$ gilt. Damit also:

$$\omega = \frac{e}{m}B$$

Und somit:

$$T = \frac{2\pi r}{v_s} = \frac{2\pi m}{eB}$$

Da m, e und B im Versuch konstant sind sieht man leicht ein, dass die Periodendauer der Kreisbahn unabhängig von der Ablenkung des Deflektors ist. Ist zudem die maximale Ablenkung $\theta$ des Deflektors nicht zu groß ($\theta \ll 90°$) kann folgende Näherung für den zum Magnetfeld parallelen Anteil der Geschwindigkeit $v_p$ gemacht werden:

$$v_p = v \cdot \cos\theta \approx v = const$$

Für die Ganghöhe folgt dann:

$$h = v_p \cdot T \approx v \cdot T$$

Da T und v unabhängig von der Ablenkung des Deflektors sind, ist dies somit auch für die Ganghöhe der Fall. Die folgenden Beziehungen können also näherungsweise für alle Elektronen im Strahl angegeben werden! Beträgt der Abstand Deflektor-Schirm $l$ nun genau ein Vielfaches $n$ der Ganghöhe der Spiralenbewegung so wird der Strahl auf einen Punkt und nicht mehr auf einen Strich abgebildet, da die Elektronen sich jeweils nach einer Periode wieder auf der Symmetrieachse befinden. Es gilt dann also:

$$l = n \cdot h = nvT$$

bzw.:

$$T = \frac{l}{nv}$$

Für die Geschwindigkeit $v$ folgt wiederum mit der Anodenspannung (analog wie zuvor):

$$v^2 = 2U_A\frac{e}{m}$$

Damit:

$$T^2 = \frac{l^2 m}{2n^2 U_A e}$$

Setzt man diesen Ausdruck für die Periodenendauer in den zuvor für die Kreisbewegung gefundenen ein, so folgt:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2 U_A}{l^2 B^2}$$

Für den einfachsten Fall $n = 1$ und $l = h$ ergibt sich dann also:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_A}{l^2 B^2}$$

Das Magnetfeld wird leider nicht mehr von einer «langen» Spule erzeugt, sodass dieses hier durch folgenden Zusammenhang gegeben ist:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 N}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2+(L-a)^2}}\right) \cdot I \\ b &= \frac{\mu_0 N}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2+(L-a)^2}}\right) \end{aligned}$$

wobei a der Abstand von einem Spulenende und R der mittlere Spulenradius in Bezug auf die Wickellung ist. Hier der schematische Verlauf:

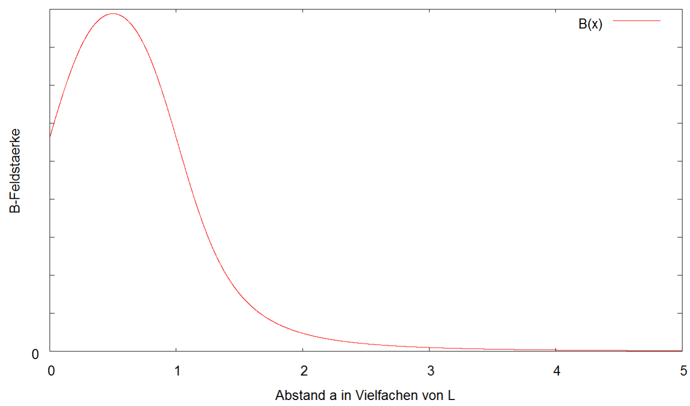


Abbildung 2.1: schmatischer B-Feldstärkenverlauf

Man sieht, dass dass Magnetfeld nicht mehr homogen ist. Um dennoch mit einem sinnvollen Wert rechnen zu können müssen wir die B-Feldstärke über die Spulenlänge also mitteln. Offensichtlich kann das B-Feld in dem sinnvollen Bereich $a = 0...L$ gut durch eine Parabel angenähert werden. Daher bietet es sich an das B-Feld an den Stellen $a = 0$, $a = \frac{L}{4}$ und $a = \frac{L}{2}$ zu bestimmen und den Vorfaktor b mit diesen Messwerten zu mitteln. Dann ist:

$$B = \bar{b} \cdot I$$

Damit ergibt sich die obige Formel zu:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_A}{l^2 \bar{b}^2 I^2}$$

hieraus ergibt sich dann auch:

$$U_A \sim I^2$$

Trägt man nun also $U_A$ über die Spulenströme $I^2$ auf für die sich gerade der erste Lichtpunkt (anstatt dem Strich) ergibt so erhält man eine Gerade mit Steigung $k$ :

$$\frac{U_A}{I^2} = k$$

Damit folgt für die spezifische Ladung schlussendlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 k}{l^2 \bar{b}^2}$$