Bestimmung von e/m des Elektrons

Carsten Röttele

15. November 2011

Inhaltsverzeichnis

1 e/m-Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

In diesem Versuch geht es um die Bestimmung der spezifische Elektronenladung $\frac{e}{m}$. Hierbei wird zunächst die Methode mit einem Fadenstrahlrohr benutzt. Dazu muss man die Elektronen in ein Magnetfeld schicken, welches die Elektronen, bei geeigneter Stärke des Magnetfeldes, in eine Kreisbahn führt. Über eine im Folgenden hergeleitete Beziehung kann man dann durch eine Messung des Radius unsere gesuchte Elektronenladung $\frac{e}{m}$ bestimmen.

1.1 Aufbau

Zunächst ist gefordert, dass man eine Helmholtzspule mit einer Messplatte, welche man in Reihe zwischen den Helmholtzspulen schaltet. Dies muss deshalb gemacht werden, damit man das Magnetfeld der Spulen messen kann. Es wird hierbei benutzt, dass man das Magnetfeld in der Mitte der Spulen als homogen angesehen werden kann. Mithilfe der Messplatte lässt sich dann die sogenannte Hallspannung ablesen, wodurch wir dann unser Magnetfeld bestimmen können. Laut Versuchsbeschreibung, soll man dabei die

Spulenströme 1,0; 1,5 und 2,0 A benutzen.

1.2 Eichung der Hallsonde

Unter einer Hallsonde versteht man ein Messgerät für die Stärke von Magnetfeldern. Sie besteht aus einer Leiterplatte, welche von einem Strom durchflossen wird, der längs zu der Platte fließt. Um das das B-Feld messen zu können, muss man diese Platte senkrecht zu der B-Feldrichtung stellen, denn dadurch werden die Elektronen abgelenkt, was zu einer messbaren Spannung führt, der sogenannten Hallspannung U_H. Es ist natürlich logisch, dass hierzu der Strom und das Magnetfeld konstant sein müssen, damit die Spannung auch konstant ist. Für die Messung der Hallspannung spielt also nur der Zusammenhang zwischen der Lorentzkraft und der elektrischen Kraft eine Rolle. Dies wird im Folgenden hergeleitet:

$$F_L = F_{elektr}$$
$$e \cdot v \cdot B = e \cdot E$$
$$B = \frac{E}{v}$$

Mit $E = \frac{U_H}{d}$ erhält man:

$$B = \frac{U_H}{d \cdot v}$$

Was man jetzt also noch zur Bestimmung von U_H braucht ist d und v. Hierbei ist d gegeben, aber die Geschwindigkeit hängt vom Strom ab, der durchfließt. Dies lässt sich über die Stromdichte herleiten:

$$j = \frac{I}{A} = qnv$$
$$\rightarrow v = \frac{I}{qnA}$$

Für die Eichung soll man jetzt eine Geradengleichung für B in Abhängigkeit von U_H bestimmen. Dazu definiere ich meine Steigung als $a = \frac{I}{qnAd}$. Außerdem gilt für das Magnetfeld einer Spule die Formel:

$$B_{Spule} = \mu_0 \cdot \frac{n}{L} \cdot I_{Spule}$$

Hierbei ist n die Windungszahl der Spule und L die Länge der selbigen. Man führt das Ganze nun für 10 verschiedene Ströme durch. Dadurch lässt sich dann mit der gemessenen Hallspannung die Steigung a bestimmen, welche wir dann mit der Aufgabe 1.1 abgleichen werden.

1.3 Vergleich Theorie-Messung

In diesem Abschnitt werden die gemessenen Werte mit dem Wert aus der Theorie verglichen, der mit der Formel:

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

berechnet werden kann. Diese Formel ist in der Aufgabenstellung gegeben.
Außerdem muss man noch überprüfen, wo das Magnetfeld homogen ist, damit man weiß, wo man messen muss.

1.4 Elektronenkreisbahnen

Jetzt wird die Zusatzspule wieder abgebaut und wir widmen uns dem eigentlichen Ziel, nämlich der Bestimmung von $\frac{e}{m}$. Hierzu schießen wir Elektronen senkrecht zum Magnetfeld der Spulen hinein. Dadurch entstehen Kreise, deren Durchmesser es zu bestimmen gilt. Zudem sollen wir zwei unterschiedliche Fälle betrachten:
a) Wir lassen die Ströme durch die Spulen konstant und verändern nur die Spannung zwischen den Anoden.
b) Wir verändern stattdessen die Ströme und lassen die Spannung konstant.
Im Folgenden gilt es nun die Formel herzuleiten, sodass wir $\frac{e}{m}$ bestimmen können. Hierzu wird als erstes verwendet, dass die Elektronen sich in einer Kreisbahn bewegen und wir deshalb die Zentripetalkraft mit der Lorentzkraft gleichsetzen können. Daraus folgt:

$$F_Z = F_L$$
$$\frac{2mv^2}{d} = evB$$
$$\frac{e}{m} = \frac{2v}{dB} \ (\star)$$

Es fehlt uns jetzt also nur noch die Geschwindigkeit der Elektronen. Diese können wir mit Hilfe der Energieerhaltung berechnen. Wir müssen uns also anschauen, wie viel Energie die Elektronen durch die Kathodenspannung erhalten.

$$W_{kin} = W_{elektr}$$
$$\frac{1}{2}mv^2 = eU$$
$$v^2 = 2U\frac{e}{m}$$

Quadriert man nun die Gleichung $(\star)$ und setzt dann v^2 ein, so erhält man:

$$\frac{e}{m} = 8\frac{U}{B^2d^2}$$

Somit hat man nun nur noch bekannte Werte auf der rechten Seite stehen, wodurch wir $\frac{e}{m}$ bestimmen können.

2 e/m-Bestimmung nach der Methode von Busch

Bei dieser Methode werden im Unterschied zum Fadenstrahlrohr die Elektronen nicht mehr senkrecht zum Magnetfeld reingeschossen, sondern schräg. Es wirkt jedoch immer noch die Lorentzkraft auf die Teilchen, sodass eigentlich immer noch eine Kreisbahn entsteht. Da sie aber schräg zur Magnetfeldrichtung reinkommen, besitzt die Geschwindigkeit eine parallele und vertikale Komponente, wodurch eine Spirale entsteht. Von dieser Spirale muss man jetzt die Ganghöhe und den Radius bestimmen, damit man wieder zu unserem eigentlichen Ziel, der Bestimmung von $\frac{e}{m}$ kommt.

2.1 Vorbereitung

Hier soll man als erstes eine Kathodenstrahlröhre an eine Spule anschließen, wobei die Beschleunigungsspannung der Elektronen am Anfang noch niedrig sein soll, nämlich $500V$. Hierbei wird der Strom durch die Spule am Anfang auf 0 gesetzt. Jetzt muss man die Deflektorwechselspannung nur noch so verändern bis man einen maximal langen Strich erhält. Außerdem muss man dazu noch Strahlintensität und die Strahlschärfe gut wählen, was man durch zwei verschiedene Spannungen erreichen kann.
Nun können wir den Strom in der Spule langsam größer werden lassen, wodurch man eine Krümmung des Strahls sehen sollte, die schließlich in einem Punkt endet. Dies geschieht deshalb, da sich durch den Strom ein Magnetfeld in der Spule bildet, welches je nach Stärke die Größe der Kreisbahn ändert. Den Punkt erhält man genau dann, wenn die Elektronen gerade eine Kreisbahn durchlaufen haben.
Wird der Strom dann nochmal erhöht, wiederholt sich der Vorgang, sodass wir wieder als erstes einen Strich sehen werden, bis wieder ein Punkt erscheint.

2.2 Ermittlung von e/m

Um die Geradensteigung von $\frac{e}{m}$ zu erhalten, muss man sich als erstes den Zusammenhang von den einzelnen Größen anschauen. Wenn wir die Geschwindigkeit in senkrechter Richtung der Elektronen betrachten, können wir wieder die Zentripetalkraft mit der Lorentzkraft gleichsetzen:

$$F_Z = F_L$$
$$\frac{mv_s^2}{r} = ev_sB$$

Und somit für $\frac{e}{m}$:

$$\frac{e}{m} = \frac{v_s}{Br}$$

Da das Magnetfeld von der Geschwindigkeit nicht abhängig ist, kann man die senkrechte Geschwindigkeit, wie die Geschwindigkeit innerhalb eines Kreises berechnen:

$$v_s = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi}{TB} \ (1)$$

Die Periodendauer können wir wiederum über die Parallelgeschwindigkeit ausrechnen, wobei h im folgenden der Ganghöhe entspricht:

$$T = \frac{h}{v_p}$$

Die Parallelgeschwindigkeit bekommt man außerdem, wie schon die Geschwindigkeit aus Teilaufgabe 1.4 über die Energieerhaltung:

$$v_p^2 = 2\frac{eU}{m}$$
$$\rightarrow T^2 = \frac{h^2 m}{2eU}$$

Nun müssen wir nur noch Gleichung (1) quadrieren und unser T^2 einsetzen und wir erhalten:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot U}{B^2 \cdot h^2}$$

Für das B-Feld allerdings dürfen wir nicht mehr, wie im ersten Aufgabenteil, die Formel für eine lange Spule nehmen, sondern müssen stattdessen die in der Aufgabenstellung gegebene benutzen:

$$B = \underbrace{\frac{\mu_0 n}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}}\right)}_{\lambda} \cdot I$$

Bei dieser Formel ist R der mittlere Radius der Spulenwicklung und a der Abstand des Feldortes von einem Spulenende. Da man nun das λ durch geschickte Wahl der Feldorte mitteln soll, ist es sinnvoll auf Grund der Symmetrie der Spule für a einmal am dem einem Ende, einmal in der Mitte und schließlich bei $\frac{L}{4}$ zur Berechnung zu verwenden. Mit Hilfe der Keplerschen Fassregel ergibt sich:

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{6}(\lambda(0,134m) + 4 \cdot \lambda(0,09m) + \lambda(0,046m)) = 0,0617\frac{Vs}{Am^2}$$

Unsere Aufgabe ist es nun den jeweils entstehenden Strom zu messen, während man in $25V$-Schritten die Beschleunigungsspannung von $500V$ bis $700V$ erhöht. Wie in der Aufgabe 2.1 soll man hierbei möglichst einen Punkt sehen. Dadurch erhalten wir eine Geradengleichung der Form, wobei b in diesem Fall die Steigung repräsentiert:

$$U = bI^2$$

Somit erhalten wir letztendlich:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 \cdot b}{\overline{\lambda}^2} = 20750,15 \cdot b \cdot \frac{Q}{kg}$$