Vorbereitung - Bestimmung von e/m des Elektrons

Stefan Schierle

Versuchsdatum: 15. November 2011

Inhaltsverzeichnis

1 e/m Bestimmung mit dem Fadenstrahlrohr

1.1 Theoretisches Hintergrundwissen

1.1.1 Helmholtzspule

Eine Helmholtzspule besteht aus zwei gleichartigen Spulen mit Radius R. Diese sind im Abstand d voneinander entfernt aufgestellt. Wenn $d = R$, so erzeugt diese Spulenanordnung entlang der Mittelachse durch die Spulen ein homogenes Magnetfeld. Dieses aber noch zu bestimmen bleibt. Da der Versuchsaufbau durch eine Plexiglashaube geschützt ist, müssen wir das vorhandene Helmholtzspulenpaar um eine weitere, in Reihe geschaltete, baugleiche Spule im Abstand $d = R$ ergänzen. In der Mitte $(d/2)$ dieser Anordnung bestimmen wir mit Hilfe einer Hallsonde (siehe 1.2.1) das Magnetfeld.

1.1.2 Hallsonde

Die Hallsonde besteht im Wesentlichen aus einem Leiterplättchen, durch das in einer Richtung Strom fließt. Bringt man dieses Plättchen in ein Magnetfeld, wobei das Plättchen und somit die Stromflussebene senkrecht zum B-Feld sein muss, so werden die sich in Stromrichtung bewegenden Elektronen im Plättchen durch die resultierende Lorentzkraft abgelenkt. Dies führt zu einer messbaren Spannung, der Hallspannung (U_H), an den Seiten des Plättchens führt. Diese Spannung wird zur Bestimmung des B-Felds benötigt.

1.2 Versuchsdurchführung Fadenstrahlrohr

1.2.1 Messen der Hallspannung

Wir messen die Hallspannung mit Hilfe der Hallsonde an den, durch die Messplatte, vorgegebenen Punkten bei einem Spulenstrom von $I = 1,0A$, $I = 1,5A$ und $I = 2,0A$. Diese Messung wird zur Bestimmung des Magnetfeldes der Versuchsvorrichtung benötigt.

1.2.2 Eichung der Hallsonde

Als erstes muss der Zusammenhand zwischen der Hallspannnung U_H und dem B-Feld geklärt werden. Im Plättchen der Hallsonde werden so viele Elektronen an eine Plattenseite abgelenkt, bis sich diese aufgrund der gleichnamigen Ladung abstoßen und somit keine Ablenkung mehr erfolgt. Daher kann dieser Zustand als Kräftegleichgewicht von Elektrischer Feldkraft (F_{el}) und der Lorentzkraft (F_L) betrachtet werden.

$$\begin{aligned} F_{el} &= F_L \\ E \cdot e &= B \cdot v \cdot e \\ \frac{U_H}{d} &= B \cdot v \\ B &= \frac{U_H}{d \cdot v} \end{aligned}$$

Der Faktor $\frac{1}{d \cdot v}$ zeigt, dass die Geschwindigkeit der Elektronen von Bedeutung ist, und deshalb B von der Spannung, die den Stromfluss durch das Plättchen der Hallsonde erzeugt, abhängig ist. Den Faktor $\frac{1}{d \cdot v}$ benennen wir m, da dieser Faktor die Steigung des zu ermittelnden U_H-B-Diagramm ist.

$$B = m \cdot U_H$$

Um diesen Faktor m zu bestimmen messen wir in einer langen Spule mit bekanntem B-Feld die Hallspannung U_H in der Spulenmitte bei verschiedenen B-Feldstärken. Über die Formel:

$$B_{LangeSpule} = \mu_0 \cdot \frac{N}{l} \cdot I_{LangeSpule}$$

Wobei N die Windungszahl, l die Spulenlänge und $I_{LangeSpule}$ Strom durch die Spule bekannt sind und somit das jeweilige B-Feld bestimmbar machen.
Wir führen die Messung für 10 verschiedene B-Felder durch. Dabei ist darauf zu achten, dass die gemessene Hallspannung im Bereich der Werte aus Versuch 1.1 liegen.

1.2.3 Überprüfung der Feldhomogenität des Helmholtzspulenpares

Für die Überprüfung der Messwerte können vorab schon einmal die zu erwartenden Theoriewerte berechnet werden. Hierfür ist die in der Aufgabenstellung gegebene Formel sehr hilfreich:

$$B = 0,7155 \cdot \mu_0 \cdot n \cdot \frac{I}{R}$$

Somit erhalten wir mit den gegebenen Werten (n=130; R = 15cm; I=1,0 / 1,5 / 2,0 A)folgendes:

Stromstärke A	Magnetfeld mT
1,0	0,77924
1,5	1,16886
2,0	1,55848

1.2.4 Messung des Durchmessers der Elektronenkreisbahn

Die Punkte 1.2.1 bis 1.2.3 dienen eigentlich nur zur Vorbereitung der Auswertung der Bestimmung von $\frac{e}{m}$ beim Fadenstrahlrohr. Bei dieser Versuchsanordnung werden Elektronen durch einen Potentialunterschied zwischen Kathode und Anode beschleunigt. Mit Hilfe dieser Beschleunigungsspannung kann die Geschwindigkeit v der Elektronen variiert werden.

Zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ benötigen wir den Durchmesser der Kreisbahn, den die Elektronen im Magnetfeld beschreiben. Hierfür betrachten wir 2 Fälle:

a) 2 jeweils konstante Spulenströme (1A, 2A) mit variabler Beschleunigungsspannung an der Anode.

b) 2 jeweils konstante Anodenspannungen (125V und 250V) mit variablem Spulenstrom.

Bei dieser Messung muss darauf geachtet werden, dass die Elektronen tatsächlich auf einer Kreisbahn und nicht auf einer Spirale bewegen, das heißt, dass sie senkrecht zum

B-Feld einfallen müssen. Das Ablesen des Kreisdurchmessers ist ebenfalls nicht ganz trivial, da wir nicht direkt am Strahl messen können. Um so den Fehler beim Ablesen zu minimieren benutzen wir die vorhandene Hilfsvorrichtung zum parallaxenfreien Messen.

Zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$:
Da sich die Elektronen auf einer Kreisbahn befinden gilt folgende Beziehung zwischen der Zentripetalkraft F_Z und der Lorentzkraft F_L:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ \frac{m \cdot v^2}{r} &= e \cdot v \cdot B \end{aligned}$$

Umgestellt nach $\frac{e}{m}$ ergibt das:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{B \cdot r} \tag{1}$$

Nun Bleibt noch die Geschwindigkeit v der Elektronen zu bestimmen. Hierfür machen wir uns die Energieerhaltung im Beschleuniger zu Nutze und gehen davon aus, dass die Kinetische Energie (E_{kin}) gleich der Energie des Beschleunigerfeldes (E_{el}) ist. U_A ist hierbei die Beschleunigerspannung zwischen Kathode und Anode.

$$\begin{aligned} E_{kin} &= E_{el} \\ \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 &= e \cdot U_A \end{aligned}$$

Nach v aufgelöst:

$$v = \sqrt{2 \cdot U_A \cdot \frac{e}{m}} \tag{2}$$

Setzt man nun (2) in (1) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{e}{m}} &= \frac{\sqrt{2 \cdot U_A}}{B \cdot r} \\ \frac{e}{m} &= \frac{2 \cdot U_A}{B^2 \cdot r^2} \end{aligned}$$

Wobei $r = \frac{d}{2}$ ist.

2 Versuchsdurchführung nach der Methode von Busch

Bei der Methode von Busch wird ein beschleunigter Elektronenstrahl durch ein elektrisches Feld (Deflektorfeld) senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung abgelenkt. Zudem führt dieser Strahl auch durch ein Magnetfeld, welches parallel zur ursprünglichen Bewegungsrichtung des Elektronenstrahls orientiert ist. Durch die Ablenkung der e_- im el. Feld entsteht eine Spiralkurve, da nun eine senkrechte Geschwindigkeitskomponente zum Magnetfeld vorhanden ist und dieses die Elektronen durch die Lorentzkraft auf eben jene Spiralbahn zwingt.

2.1 Vorbereitung der Versuche

Bei ausgeschalteter Spule wird der Elektronenstrahl alleine durch den Deflektor, der mit Wechselspannung betrieben wird, beeinflusst. Deshalb erhalten wir auf dem Schirm einen Strich, den wir durch Änderung der Deflektorspannung zu einer maximalen Länge auf dem Schirm bringen. Ebenso wird die Strahlintensität und -schärfe optimiert.
Bei sich nun steigerndem Spulenstrom wird der Elektronenstrahl durch das entstehende Magnetfeld auf die oben beschriebene Spiralbahn gelenkt. Das führt dazu, dass sich der Strich auf dem Schirm krümmt.

2.2 Bestimmung von e/m nach Busch

Für die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ wird hier die Kreisbewegung in der Spirale betrachtet.

$$F_Z = F_L$$
$$\frac{m \cdot v_\perp^2}{r} = e \cdot v_\perp \cdot B$$

Umgestellt nach $\frac{e}{m}$ ergibt das:

$$\frac{e}{m} = \frac{v_\perp}{B \cdot r} \tag{3}$$

Hierbei lässt sich $v_\perp$ einfach über die beschriebene Kreisbahn pro Zeit bestimmen, wobei r der Radius der Kreisbahn ist:

$$v_\perp = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \tag{4}$$

Setzt man (3) in (4) ein, so erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \cdot \pi}{B \cdot T} \tag{5}$$

Bleibt in diesem Fall nur noch T zu bestimmen, was über die durchlaufene Strecke zwischen Schirm und Deflektor (d)und die Geschwindigkeit parallel zum Magnetfeld ($v_\parallel$).

$$T = \frac{d}{v_\parallel} \tag{6}$$

$v_{\parallel}$ lässt sich mit der obigen Formel (2) berechnen. Diese nun in einander eingesetzt und quadriert:

$$T^2 = \frac{d^2 \cdot m}{2 \cdot U_A \cdot e} \tag{7}$$

Setzt man nun wiederum Gleichung (7) in (5) ein, erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{B^2 \cdot d^2} \tag{8}$$

Hierbei ist zu beachten, dass laut Aufgabenstellung die Spule nicht als *lang* angenommen werden darf und deshalb kein homogenes Magnetfeld betrachtet werden kann. Deshalb muss

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I_{Spule}}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right) \tag{9}$$

zur Bestimmung von B verwendet werden. Die Variablen sind bereits in der Aufgabenstellung definiert: R ist der mittlere Spulenradius, N die Windungszahl, L die Spulenlänge und a der Abstand des Feldortes zum Spulenende.
B lässt sich aber auch umschreiben, indem man den Faktor

$$\frac{\mu_0 \cdot N}{2 \cdot L} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{L - a}{\sqrt{R^2 + (L-a)^2}} \right)$$

durch b ersetzt. Dieses b lässt sich als rechnerischer Mittelwert bestimmen und zwar an den durch die Spulensymmetie begünstigten Stellen bei L/4, in der Mitte und am Ende. Der sich hieraus ergebende Mittelwert wird im Folgenden als $\bar{b}$ bezeichnet.

$$\bar{B} = \bar{b} \cdot I_{Spule} \tag{10}$$

Der Wert für $\bar{b}$ lässt sich mit den bereits angegebenen Werten berechnen: $\bar{b} = 0,0617 \frac{Vs}{Am^2}$

Zur Bestimmung von $\frac{e}{m}$ wird die Beschleunigungsspannung U_A von $500V$ bis $700V$ in jeweils $25V$-Schritten erhöht und I_{Spule} so angepasst, dass immer ein Punkt auf dem Schirm angezeigt wird. Die verwendeten Spannungen sollen von uns in einem U_A-I^2_{Spule}-Diagramm aufgetragen werden, und anschließend ermitteln wir die Steigung der Regressionsgeraden m.

Über diese Beziehung von $U_A = m \cdot I^2_{Spule}$ und den Formeln (10) und (8) lässt sich nun $\frac{e}{m}$ bestimmen:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot U_A}{\bar{B}^2 \cdot d^2}$$
$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m \cdot I^2_{Spule}}{(\bar{b} \cdot I_{Spule})^2 \cdot d^2}$$
$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot \pi^2 \cdot m}{\bar{b}^2 \cdot d^2}$$