



FAKULTÄT FÜR PHYSIK
PHYSIKALISCHES PRAKTIKUM FÜR FORTGESCHRITTENE
PRAKTIKUM MODERNE PHYSIK

Gruppe Nr. 108

Kurs: Mo Mi

WS 2012 / 2013

Versuch: Einstein-de-Haas Effekt

Namen: Tobias Renz

Raphael Schmager

Assistent: Dr. Roland Gröger

durchgeführt am: 03. Dezember 2012

Protokollabgabe am: _____

Note gesamt + - 0

Datum: _____

anerkannt: _____

Bemerkung:

Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene 1

Einstein-de-Haas Effekt

Protokoll von
Tobias Renz und **Raphael Schmager**

Gruppe: **108**

Durchgeführt am 03. Dezember 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Ziel des Versuchs	2
2	Grundlagen	2
2.1	Magnetismus von Festkörpern	2
2.1.1	Diamagnetismus	2
2.1.2	Paramagnetismus	2
2.1.3	Ferromagnetismus	2
2.2	Magnetisches Bahn- und Spinmoment	3
2.3	Magnetisches Bahnmoment	3
2.4	Magnetisches Spinmoment	3
2.5	Experimentelle Bestimmung des Landé-Faktors	4
2.6	Experimentelle Bestimmung von D_{Max}	4
2.7	Experimentelle Bestimmung von \dot{M}_{Max}	5
2.8	Auswirkungen des Erdmagnetfeldes	6
3	Durchführung und Auswertung	7
3.1	Bestimmung des maximalen Drehmoments D_{max}	7
3.1.1	Resonanzfrequenz ω_{Res}	7
3.1.2	Resonanzauslenkung α_{Res}	9
3.1.3	Abklingzeit	12
3.2	Berechnung von D_{max}	14
3.2.1	Kompensation des Erdmagnetfeldes	14
3.3	Bestimmung der maximalen Magnetisierung \dot{M}_{max}	15
3.3.1	Kalibrierung des Galvanometers	15
3.3.2	Bestimmung des Integrals	16
3.3.3	Berechnung von $(\frac{dM}{dt})_1$	17
3.4	Bestimmung von \dot{M}_{max} mit Hilfe des Oszilloskops	18
3.4.1	Bestimmung des Eichfaktors K	21
3.4.2	Berechnung von \dot{M}_{max}	21
3.5	Bestimmung des Landé Faktors g_l	22
4	Fazit	23

1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch wollen wir den Einstein-de-Haas-Effekt untersuchen. Der Versuch, den A. Einstein und W. J. de Haas 1915 in Deutschland durchführten sollte beweisen, dass sich das Phänomen des Ferromagnetismus auf die magnetischen Momente der einzelnen Elektronen zurückführen lässt. Dazu haben sie ein Magnetfeld auf einen Eisenstab wirken lassen und aus der Rotation des Stabes den Lande-Faktor gemessen. Ihre Ergebnisse interpretierten sie zu $g = 1$. In einem Experiment von S. J. Barnett zeigte sich aber, dass $g = 2$ ist.

Einstein und de Haas dachten, dass das magnetische Moment durch die Bewegung des Elektrons um den Kern entsteht ($g = 1$). Eigentlich ist es aber so, dass der Effekt hauptsächlich durch den Elektronenspin hervorgerufen wird ($g = 2$).

Bei diesem Versuch wird so vorgegangen, dass zunächst wie Einstein und de Haas davon ausgegangen wird, dass der Effekt durch die Elektronenbewegung um den Kern hervorgerufen wird ($g = 1$). Man erhält dann aber im Idealfall einen Wert von $g \approx 2$.

2 Grundlagen

2.1 Magnetismus von Festkörpern

2.1.1 Diamagnetismus

Wirkt ein äußeres Magnetfeld auf einen Diamagneten wird ein elektrisches Wirbelfeld induziert, dass seine Ursache entgegenwirkt. Es entsteht somit ein magnetisches Moment, welches dem von außen angelegten Feld entgegengesetzt ist. Das Magnetfeld wird somit abgeschwächt.

Außerdem wird ein diamagnetischer Stoff in einem inhomogenen Magnetfeld in Regionen geringerer Feldstärke bewegt.

Alle Materialien sind diamagnetisch, tritt aber ein anderer Effekt wie Ferro- oder Paramagnetismus auf überwiegt dieser Effekt.

2.1.2 Paramagnetismus

Besitzen die Atome oder Moleküle eines Materials ein magnetisches Moment. Tritt vor allem bei Stoffen mit unvollständigen Elektronenschalen auf, bei denen sich die durch die Elektronen erzeugten magnetischen Momente nicht aufheben. Dieses magnetische Moment richtet sich im äußeren Magnetfeld aus und verstärkt dieses somit. Bei einem idealen Paramagneten verschwindet das innere Magnetfeld wieder, wenn das äußere Magnetfeld entfernt wird.

In einem inhomogenen Magnetfeld bewegen sich Paramagneten in Richtung hoher Feldstärken.

2.1.3 Ferromagnetismus

In einem Ferromagneten gibt es sogenannte Weißsche Bezirke, dass sind Regionen in denen sich die magnetischen Momente einzelner Teilchen parallel ausgerichtet haben. Legt man nun ein äußeres Magnetfeld an, so werden die Weißschen Bezirke ausgerichtet und das äußere Feld wird stark verstärkt. Nach Abschalten des äußeren Magnetfeldes bleiben die Weißschen Bezirke gleichgerichtet und man erhält eine permanente Magnetisierung.

2.2 Magnetisches Bahn- und Spinmoment

In diesem Versuch wollen wir das gyromagnetische Verhältnis bestimmen, dass gegeben ist durch den Quotient aus dem magnetischen Moment und dem Gesamtdrehimpuls eines geladenen Teilchens. Man unterscheidet zwischen magnetischem Bahnmoment und magnetischem Spinmoment.

2.3 Magnetisches Bahnmoment

Ein sich um den Kern bewegendes Elektron stellt einen Strom dar und erzeugt damit ein magnetisches Feld und ein magnetisches Moment μ_l , das folgendermaßen definiert ist:

$$\vec{\mu}_l = I \cdot \vec{A} \quad (1)$$

wobei I der durch das Elektron erzeugte Strom und \vec{A} die vom Elektron eingeschlossene Fläche ist.

Nimmt man nun an, dass sich das Elektron auf einer Kreisbahn bewegt und beachtet, dass der Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ist, ergibt sich für da magnetische Bahnmoment folgender Zusammenhang:

$$\vec{\mu}_l = g_l \cdot \mu_B \cdot \vec{L} \quad (2)$$

wobei $\mu_B = \frac{e}{2m_e}$ das Bohrsche Magneton und $g_l = 1$ der Lande-Faktor für das magnetische Bahnmoment ist.

2.4 Magnetisches Spinmoment

Beachtet man nun des Spin (die Eigendrehbewegung) des Elektrons ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\vec{\mu}_s = g_s \cdot \mu_B \cdot \vec{S} \quad (3)$$

wobei $g_s = 2$ (quantenelektrodynamisch ergibt sich $g_s = 2,0023$) der Lande-Faktor für das magnetische Spinmoment ist.

Für Elektronen mit ($l \neq 0$) ergibt sich immer eine Kombination aus Bahndrehimpuls \vec{L} und Spin \vec{S} , welche man als Gesamtdrehimpuls \vec{J} bezeichnet:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (4)$$

man erhält für den Gesamtdrehimpuls und dem zugehörigen magnetischen Moment μ_J folgenden Zusammenhang:

$$\vec{\mu}_J = g_j \cdot \mu_B \cdot \vec{J} \quad (5)$$

mit $g_j = 1 + \frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2j(j+1)}$

2.5 Experimentelle Bestimmung des Landé-Faktors

Den Landé-Faktor kann man leicht berechnen, wenn man das magnetische Moment und den Drehimpuls des Elektrons kennt. Diese Größen sind aber nicht unmittelbar messbar, es muss deshalb ein Umweg über experimentell bestimmbare Größen gemacht werden.

Eine solche Größe ist die Magnetisierung M eines ferromagnetischen Stabes.

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mu}_{Stab}}{V_{Stab}} = \frac{N \cdot \vec{\mu}_l}{V_{Stab}} \quad (6)$$

Da in unserem Fall $\mu_{Stab} = N \cdot \mu_l$ ist. μ_l ist das magnetische Bahnmoment eines einzelnen Elektrons und N ist die Anzahl der ungepaarten Elektronen im Stab, da sich die Drehimpulse der Elektronen aus abgeschlossenen Schalen zu Null kompensieren. Hier nehmen wir nun an, dass sich das magnetische Moment nur aus dem Bahndrehimpuls der Elektronen ergibt (siehe Einleitung).

Außerdem benötigen wir den Gesamtdrehimpuls $\vec{L}_{Stab} = N \cdot \vec{L}$.

Damit ergibt sich für den Landé-Faktor folgender Zusammenhang:

$$g_l = \frac{-1}{\mu_B} \frac{M \cdot V_{Stab}}{L_{Stab}} \quad (7)$$

Da die Magnetisierung $M(t)$ und der Drehimpuls $L_{Stab}(t)$ Funktionen von t sind, betrachten wir eigentlich die zeitlichen Ableitungen dieser Größen.

$$g_l = \frac{-V_{Stab}}{\mu_B} \frac{\dot{M}_{Max}}{D_{Max}} \quad (8)$$

wobei $D(t) = \dot{L}$ das Drehmoment ist, das auf den Stab wirkt.

2.6 Experimentelle Bestimmung von D_{Max}

Um das Drehmoment $D(t)$ zu bestimmen, betrachten wir die Torsionsschwingung, welche der Stab in unserem Experiment durchführt.

Der Stab ist in einer Spule aufgehängt, mit der man ein äußeres Magnetfeld erzeugt. Durch dieses Magnetfeld werden die elementaren magnetischen Momente ausgerichtet. Ändert man nun das Magnetfeld, so ändern sich auch die elementaren Drehimpulse der Elektronen. Aufgrund der Drehimpulserhaltung wird sich der Stab in entgegengesetzter Richtung bewegen. Legt man nun einen cosinusförmigen Strom an, so erhält man eine erzwungene, harmonische Torsionsschwingung mit schwacher Dämpfung.

Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{D_{Max}}{\theta} \cos(\omega_{err}) \quad (9)$$

wobei α der Winkel ist, um den sich der Stab dreht. β ist die Dämpfungskonstante, θ ist Trägheitsmoment des Stabes und ω_{err} ist die Anregungsfrequenz.

Wir interessieren uns für die Resonanzschwingung, also die Schwingung bei ω_{Res} , wenn die Drehamplitude am größten, also bei α_{Res} ist.

Da wir eine schwach gedämpfte Schwingung betrachten, ist $\omega_{Res} \approx \omega_0$.

Löst man nun die Differentialgleichung und beachtet die erwähnten Näherungen ergibt sich folgender Zusammenhang mit D_{Max} :

$$D_{Max} = 2\beta\omega_{Res}\alpha_{Res}\theta \quad (10)$$

ω_{Res} und α_{Res} lässt sich messen, θ kann man berechnen und β kann man zum Beispiel aus der Abklingkurve bestimmen.

2.7 Experimentelle Bestimmung von \dot{M}_{Max}

Die Magnetisierung ist folgendermaßen definiert:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{\mu}}{dV} \quad (11)$$

Ein magnetisierter ferromagnetischer Stab besitzt somit sein eigenes Magnetfeld:

$$\vec{B}_{Stab} = \mu_0\vec{M} \quad (12)$$

Bringt man einen Stab in eine Zylinderspule, so wird er Magnetisiert. Das resultierende Magnetfeld innerhalb der Spule ist dann:

$$\vec{B}_{Spule} = \mu_0(\vec{H}_{Spule} + \vec{M}) \quad (13)$$

Die magnetische Erregung \vec{H} innerhalb der Spule ist:

$$H = \frac{N \cdot I_{Spule}}{l} \quad (14)$$

wobei l die Länge der Spule und N die Anzahl der Windungen ist.

Das Magnetfeld der Feldspule wird durch einen cosinusförmigen Wechselstrom erzeugt und ist somit selbst cosinusförmig:

$$H(t) = \frac{N}{l} \cdot I \cos(\omega_{Res}t) \quad (15)$$

Aufgrund der Hystereseigenschaften des Stabes wird die zeitliche Entwicklung der Magnetisierung nicht cosinusförmig sein. Die Amplitude wird im Bereich der Sättigung abgeplattet sein, dass führt zu einem zackenförmigen Aussehen von \dot{M} . Je weiter man in den Sättigungsbereich kommt, desto mehr wird der Verlauf zu δ -Peaks.

Im Resonanzfall wirkt hauptsächlich nur die erste Fourierkomponente des Drehmoments. Deshalb entwickelt man \dot{M} in eine Fourierreihe und arbeitet nur noch mit den Grundschwingungen.

Über die erste Fourierkomponente lässt sich die Maximale Amplitude der Magnetisierungsänderung abschätzen:

$$\dot{M}_{Max} \approx \left(\frac{dM}{dt} \right)_1 \quad (16)$$

Um die 1. Fourierkomponente bestimmen zu können, benötigt man einen Ausdruck für die Induktionsspannung die sich in einer zweiten Spule (Induktionsspule) ergibt, wenn man sie in die erste Spule bringt.

Es ergibt sich (siehe Vorbereitungsmappe):

$$-U_{ind} = \mu_0 N_2 F_{Spule} \frac{dH}{dt} + \mu_0 N_2 F_{Stab} \frac{dM}{dt} \quad (17)$$

$\left(\frac{dM}{dt} \right)_1$ **aus der Sättigungsmagnetisierung** M_S

Nimmt man an, dass die Peaks der Magnetisierungsänderung schmal sind gegenüber der Periodendauer T kann man $\left(\frac{dM}{dt} \right)_1$ aus M_S ableiten.

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_1 = -\frac{8M_S}{T} \quad (18)$$

mit:

$$M_S = \frac{1}{2\mu_0 N_2 F_{Stab}} \int_0^{T/2} U_{ind} dt - \frac{N_1 I F_{Spule}}{l F_{Stab}} \quad (19)$$

Der Wert des Integrals wird mit einem Galvanometer bestimmt.

$\left(\frac{dM}{dt} \right)_1$ **aus genauerer Betrachtung**

Lässt man die Bedingung der schmalen Peaks fallen, ergibt sich ein komplizierterer Ausdruck:

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)_1 = -\frac{1}{\mu_0 N_2 F_{Stab}} (U_{ind})_1 \cdot K + \frac{N_1 I \omega_{Res} F_{Spule}}{F_{Stab} l} \quad (20)$$

2.8 Auswirkungen des Erdmagnetfeldes

Das Erdmagnetfeld lässt sich an der Erdoberfläche in einer Horizontal- und eine Vertikalkomponente aufspalten. Für diesen Versuch ist nur die Horizontalkomponente von Bedeutung.

Ein magnetisierter Stab erfährt in einem Magnetfeld ein Drehmoment:

$$\vec{D} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (21)$$

Der Stab versucht sich wegen seines magnetischen Moments antiparallel zur horizontalen Komponente des Erdmagnetfeldes zu drehen und führt (da sein magnetisches Moment oszilliert) damit eine transversale Schwingung aus.

Um diesen Effekt zu vermeiden muss der Stab möglichst gut zentriert werden und das Erdmagnetfeld wird mit Hilfe einem Helmholtz-Spulenpaar kompensiert.

3 Durchführung und Auswertung

3.1 Bestimmung des maximalen Drehmoments D_{max}

Im ersten Aufgabenteil haben wir uns mit der Torsionsschwingung des Stabes mit äußerer Anregung beschäftigt um das maximale Drehmoment D_{max} bestimmen zu können. D_{max} benötigen wir dann um das gyromagnetische Verhältnis berechnen zu können.

Das maximale Drehmoment D_{max} kann folgendermaßen berechnet werden (10):

$$D_{max} = 2\beta\omega_{Res}\alpha_{Res}\theta \quad (22)$$

wobei $\theta = \frac{1}{2}m \cdot r^2$ das Trägheitsmoment des Stabes ist. Für unseren Stab ($m = 25\text{g}$; $r = 2\text{mm}$) ergibt sich das Trägheitsmoment zu:

$$\theta = 5 \cdot 10^{-8} \text{kgm}^2 \quad (23)$$

Um D_{max} berechnen zu können benötigen wir nun noch die Resonanzfrequenz ω_{Res} , die Auslenkung bei der Resonanzfrequenz α_{Res} und die Abklingkonstante β . Diese Größen werden im folgenden bestimmt.

3.1.1 Resonanzfrequenz ω_{Res}

Zunächst bestimmen wir die Resonanzfrequenz unseres Systems. Um die Drehwinkel α messen zu können, ist am Torsionsfaden ein kleiner Spiegel angebracht. Dieser Spiegel wird mit einem Laser angestrahlt und der Strahl dann auf einem Schirm beobachtet. Nun können wir die Amplitude A des Laserstrahls auf der Mattscheibe messen und mit Hilfe des Abstands d des Spiegels zum Schirm kann dann der Drehwinkel α folgendermaßen berechnet werden:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{A}{2d}\right) \quad (24)$$

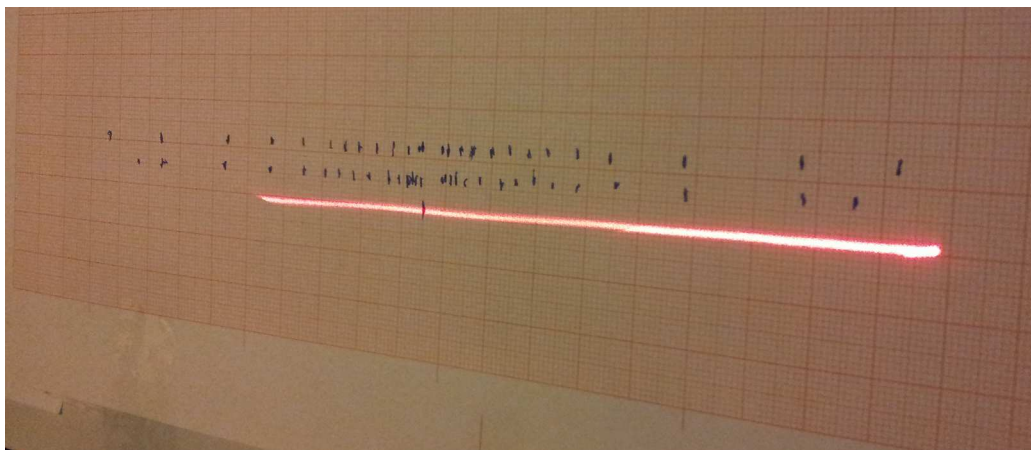


Abbildung 1: Messen der Amplitude A

Um die Resonanzfrequenz zu bestimmen messen wir nun die Amplitude in Abhängigkeit der Anregefrequenz ω . Diese Messreihe haben wir bei einer Stromstärke von 600mA durchgeführt.

T / ms	Kreisfrequenz ω/s^{-1}	Amplitude / cm
68,00	92,40	0,5
67,30	93,36	0,5
66,50	94,48	0,7
66,00	95,20	0,9
65,80	95,49	1,1
65,60	95,78	1,5
65,50	95,93	2,1
65,40	96,07	2,9
65,36	96,13	3,8
65,34	96,16	4,4
65,32	96,19	5,2
65,30	96,22	6,3
65,28	96,25	7,9
65,26	96,28	10,5
65,24	96,31	14,3
65,22	96,34	17,6
65,20	96,37	14,3
65,18	96,40	10,4
65,16	96,43	7,7
65,14	96,46	6,3
65,12	96,49	5
65,10	96,52	4,2
65,06	96,58	3,5
65,00	96,66	2,7
64,90	96,81	1,9
64,70	97,11	1,2
64,30	97,72	0,7
63,50	98,95	0,6
63,00	99,73	0,5

Tabelle 1: Kreisfrequenz und Amplitude bei 600mA

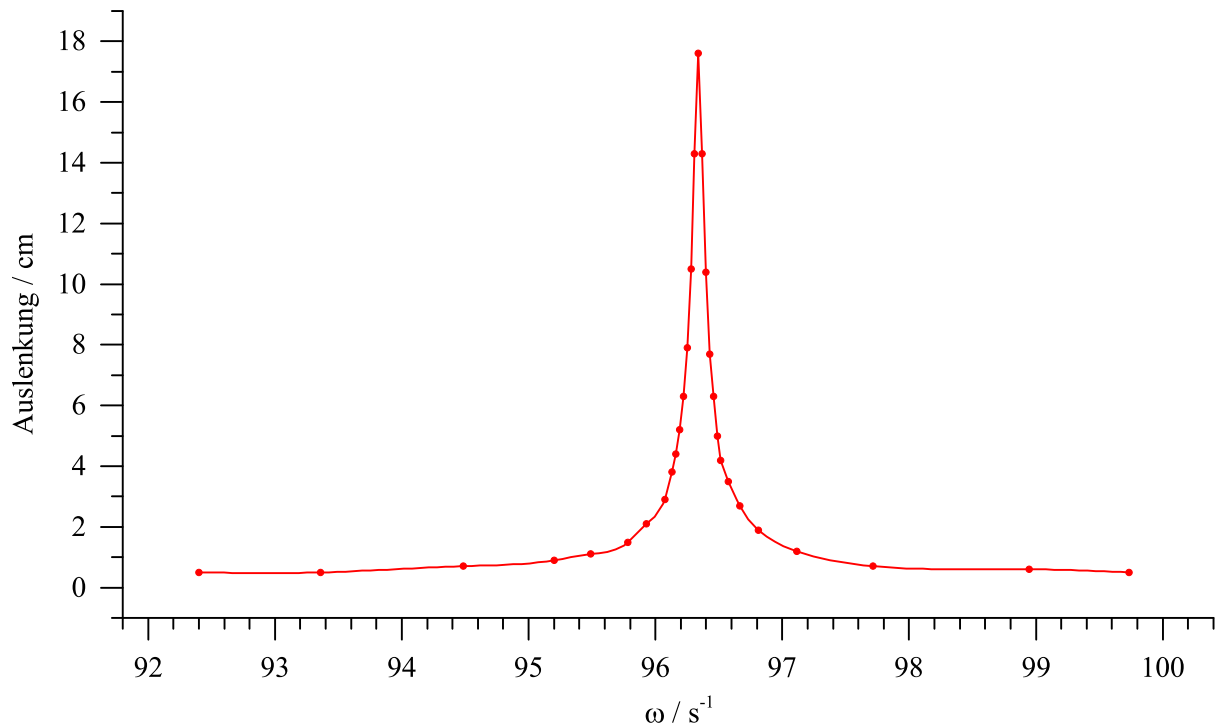


Abbildung 2: Resonanzfrequenz

Man sieht nun schön, bei welcher Frequenz die maximale Amplitude erreicht wird, da das Schaubild einen scharfen Peak aufzeigt. Diese Frequenz ist nun die Resonanzfrequenz unseres Systems:

$$\omega_{Res} = (96,34 \pm 0,02) \frac{1}{s} \quad (25)$$

Der Fehler ergibt sich dadurch, dass wir im Bereich der Resonanzfrequenz in einem Abstand von $0,03 \text{ s}^{-1}$ gemessen haben und somit nur sagen können, dass die Resonanzfrequenz zwischen $96,32$ und $96,36 \text{ s}^{-1}$ liegt.

3.1.2 Resonanzauslenkung α_{Res}

Da wir nun die Resonanzfrequenz kennen, können wir die Auslenkung im Resonanzfall bei verschiedenen Stromstärken I durch die Spule messen. Folgende Messungen werden also alle bei einer Periodendauer von $T = 65,22 \text{ ms}$ ($T = 2\pi/\omega$) durchgeführt.

Folgende Wert haben wir gemessen:

I / mA	Amplitude / cm
100	12,2
150	14,0
200	16,0
250	17,6
300	18,0
350	19,0
400	19,3
450	19,0
500	18,3
550	17,2
600	17,2
650	17,0
700	16,2

Tabelle 2: A in Abhängigkeit von I

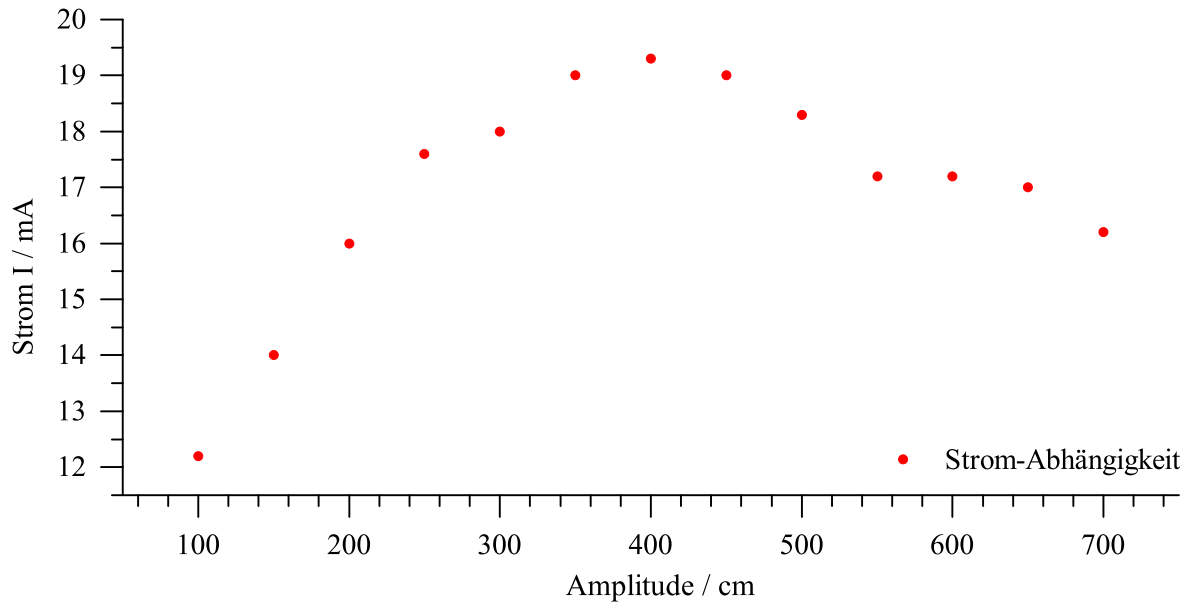


Abbildung 3: Amplitude in Abhängigkeit vom Strom

Tragen wir nun die Amplitude über die Stromstärke auf, erwarten wir den Verlauf einer Hysteresekurve. Dies ist leider nicht der Fall. Die Amplitude steigt bis 350mA an und bleibt dann bis 450mA annähernd gleich, man erwartet nun, dass man die Sättigung erreicht hat und der Wert nun gleich bleibt. Bei einer Stromstärke von 500mA wird die Amplitude aber nun wieder kleiner und fällt bis 700mA weiter ab. Dieses Verhalten hätten wir nicht so erwartet und können es uns auch nicht erklären.

Für die weitere Auswertung benötigen wir die maximale Auslenkung bei den Stromstärken $I = 400\text{mA}, 500\text{mA}$ und 600mA . Diese können wir aus der Tabelle ablesen und erhalten:

$$\begin{aligned}
 A_{400} &= (0,193 \pm 0,002)m \\
 A_{500} &= (0,183 \pm 0,002)m \\
 A_{600} &= (0,172 \pm 0,002)m
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

Der systematische Fehler wird aufgrund der Ablesungenauigkeit in dieser Größe angenommen.

Nun können wir aus der Amplitude $\alpha_{Res} := \hat{\alpha}$ mit Gleichung (24) berechnen. Außerdem müssen

wir den systematischen Fehler mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung für α_{Res} berechnen:

$$\Delta\alpha_{Res} = \sqrt{\left(\frac{\Delta A}{2d(1 + (\frac{A}{2d})^2)}\right)^2} \quad (27)$$

Es ergeben sich damit folgende Werte:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{400} &= (0,042 \pm 0,004)rad \\ \hat{\alpha}_{500} &= (0,040 \pm 0,004)rad \\ \hat{\alpha}_{600} &= (0,038 \pm 0,004)rad \end{aligned} \quad (28)$$

3.1.3 Abklingzeit

Um die Abklingzeit zu bestimmen haben wir die die Resonanzfrequenz eingestellt und bei 600mA gewartet bis auf dem Schirm die maximale Auslenkung erreicht wurde. Es sei zu bemerken, dass die Abklingzeit jedoch unabhängig von der Resonanzfrequenz ist. Dann wurde der der Stromkreises unterbrochen und wir haben die Zeit alle 0,5cm gemessen. Von den 5 aufgenommenen Messreihen konnte wir 4 verwenden. Die Messzeiten wurden außerdem so verschoben, damit die Startzeit 0s immer bei einer Auslenkung von 8cm lag. Damit können wir den Offset-Fehler beim Stecker ziehen und Starten der Messung beheben.

Auslenkung / cm	t_1 / s	t_2 / s	t_3 / s	t_4 / s	t_{mittel} / s	Standardabweichung / s
8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
7,5	1,27	1,54	1,85	1,96	1,66	0,31
7	3,14	3,19	3,57	3,61	3,38	0,25
6,5	5,05	5,02	5,20	5,06	5,08	0,08
6	7,43	6,65	7,07	6,90	7,01	0,33
5,5	9,01	9,04	9,11	9,23	9,10	0,10
5	12,01	11,25	11,83	11,25	11,59	0,39
4,5	14,13	14,04	14,38	14,08	14,16	0,15
4	16,39	16,65	16,86	16,92	16,71	0,24
3,5	20,55	19,07	19,84	20,14	19,90	0,63
3	24,12	23,33		23,48	23,64	0,42
2,5	28,96	27,99	26,52	28,46	27,98	1,05
2	33,86	32,46	33,94	33,57	33,46	0,68
1,5	41,82	40,70	40,95	40,86	41,08	0,50
1	51,90	51,67	50,81	50,47	51,21	0,68

Tabelle 3: Abklingzeit

Die Mittelwerte lassen sich wunderbar in ein Schaubild eintragen. Man erhält eine schöne Abklingkurve. Durch die Messpunkte haben wir direkt eine e-Funktion gelegt.

$$y = A \cdot \exp(-\beta t) \quad (29)$$

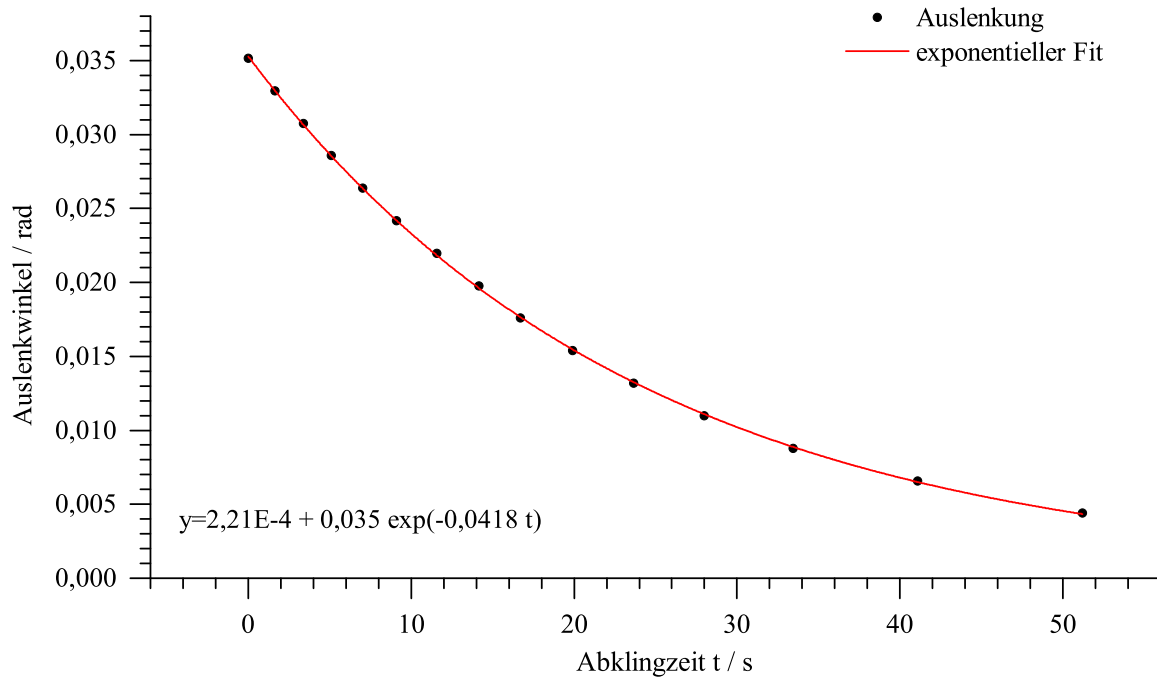


Abbildung 4: Abklingkurve

Uns interessiert nun die Abklingkonstante β , welche sich leicht ablesen lässt. Origin gibt uns auch direkt einen statistischen Fehler an:

$$\beta = (41,84 \pm 0,464) \cdot 10^{-3} \cdot s^{-1}$$

Jedoch kommt zu diesem noch der systematische Fehler, welcher durch die Mittelwertbildung der Zeiten gemacht wurde. Dieser muss noch bestimmt werden. Dazu muss β noch nach t abgeleitet werden:

$$\beta = \frac{\ln(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha})}{t} \quad (30)$$

Durch Gaußsche Fehlerfortpflanzung ergibt sich dann für den gesamten statistischen Fehler von β :

$$\sigma_{\beta} = \sqrt{\sigma_{origin}^2 + \left(\frac{1}{N} \sum_i \left(-\frac{\ln(\frac{\hat{\alpha}_i}{\alpha_i})}{t_i^2} \sigma_{t_i} \right) \right)^2} = 0,0016s^{-1} \quad (31)$$

Dabei ist $N=15$ die Anzahl der Messwerte.

Nun bestimmen wir noch den systematischen Fehler von β .

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{\ln(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha_m})}{t_m^2} \cdot \Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{\hat{\alpha} \cdot t_m} \Delta\hat{\alpha}\right)^2} = 0,006s^{-1} \quad (32)$$

Mit $t_m = 17,73$, $\alpha_m = 0,02$, dem Fehler in der Zeitmessung von $\Delta t = 0,5s$ und dem oben berechneten $\Delta\hat{\alpha} = 0,038$.

Damit ergibt sich die Abklingkonstante β und die Abklingzeit τ zu:

$$\begin{aligned} \beta &= (0,04184 \pm 0,0016 \pm 0,006)s^{-1} \\ \tau &= \frac{1}{\beta} = (23,90 \pm 0,91 \pm 3,42)s^{-1} \end{aligned}$$

3.2 Berechnung von D_{max}

Nun haben wir alle nötigen Größen bestimmt und können nun $D_{max} := \hat{D}$ für die drei Stromstärken berechnen.

$$\hat{D} = 2\beta\hat{\omega}\hat{\alpha}\theta \quad (33)$$

Auch hier müssen wir noch den Fehler beachten und erhalten mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung einen statistischen und einen systematischen Fehler:

$$\begin{aligned} \sigma\hat{D} &= \sqrt{(\sigma\beta \cdot 2\hat{\omega}\hat{\alpha}\theta)^2 + (\sigma\hat{\omega} \cdot 2\beta\hat{\alpha}\theta)^2 + (\sigma\hat{\alpha} \cdot 2\beta\hat{\omega}\theta)^2} = \hat{D} \sqrt{\left(\frac{\sigma\beta}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma\hat{\omega}}{\hat{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma\hat{\alpha}}{\hat{\alpha}}\right)^2} \\ \Delta\hat{D} &= \sqrt{(\Delta\beta \cdot 2\hat{\omega}\hat{\alpha}\theta)^2 + (\Delta\hat{\omega} \cdot 2\beta\hat{\alpha}\theta)^2 + (\Delta\hat{\alpha} \cdot 2\beta\hat{\omega}\theta)^2} = \hat{D} \sqrt{\left(\frac{\Delta\beta}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\hat{\omega}}{\hat{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\hat{\alpha}}{\hat{\alpha}}\right)^2} \end{aligned} \quad (34)$$

Damit können wir nun das maximale Drehmoment \hat{D} für die unterschiedlichen Stromstärken berechnen:

$$\begin{aligned} \hat{D}_{400} &= (1,60 \pm 0,06 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} Nm \\ \hat{D}_{500} &= (1,61 \pm 0,06 \pm 0,17) \cdot 10^{-8} Nm \\ \hat{D}_{600} &= (1,53 \pm 0,06 \pm 0,16) \cdot 10^{-8} Nm \end{aligned} \quad (35)$$

3.2.1 Kompensation des Erdmagnetfeldes

Wie in der Vorbereitung erwähnt, sollte noch die Auswirkung des Erdmagnetfeldes kompensiert werden. Durch das Erdmagnetfeld sollte sich ein Offset bemerkbar machen, der dazu führt, dass die Amplitude nicht um den Nullpunkt schwingt.

Das Erdmagnetfeld sollte deshalb mittels eines Helmholtzspulenpaars kompensiert werden. Soweit zur Idee.

Bei uns sah dieser Effekt ganz anders aus. Zum ersten ist zu erwähnen, dass die Kompassnadel, mit welcher gemessen werden sollte wann das Erdmagnetfeld abgeschirmt ist, die Ergebnisse so

stark veränderte, dass der Versuch damit nicht mehr wirklich durchzuführen ist.

Außerdem zeigte der Verlauf der Amplitude keinesfalls das erwartete Minimum bei Abschirmung.

Woran es liegt, dass die Anwesenheit der Kompassnadel den Versuch so sehr verändert ist uns nicht klar geworden.

Wir vermuten, dass durch das viele Eisen, welches sich in der Nähe des Versuches befindet Streufelder oder andere Effekte auftreten, die es unsinnig machen zu versuchen das Erdmagnetfeld zu kompensieren.

Deshalb werden wir die Helmholtzspulenpaare nicht verwenden.

3.3 Bestimmung der maximalen Magnetisierung \dot{M}_{max}

3.3.1 Kalibrierung des Galvanometers

Mit Hilfe des Galvanometers können wir das Integral über die Induzierte Spannung leicht messen. Dazu müssen wir dieses erst eichen. Die Eichung gelingt uns mit folgender Schaltung:

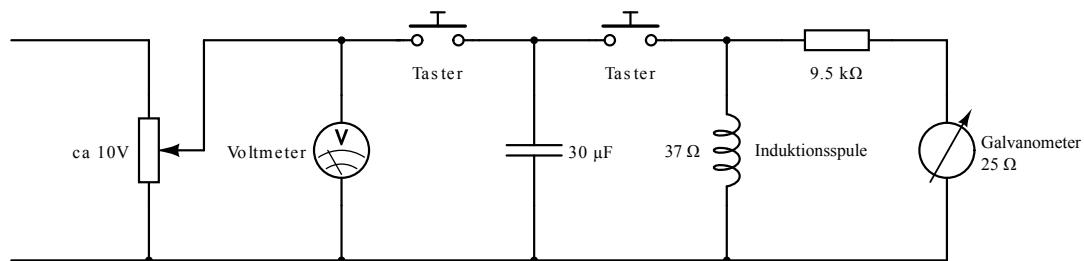


Abbildung 5: Eichschaltung des Galvanometers

Dazu haben wir den Kondensator über den ersten Taster aufgeladen und mit dem zweiten Taster wieder entladen. Der Kondensator fungierte hier als Spannungsquelle. Da wir seine Kapazität kennen, können wir durch die Messung von Wertepaaren von Spannung U und jeweiligem (maximal) Ausschlag A_0 , die Proportionalitätskonstante k bestimmen.

$$Q = C \cdot U = k \cdot A_0 \quad (36)$$

k können wir nun durch eine einfache lineare Regression ermitteln:

U / V	Q / μC	Max. Ausschlag Galvanometer
15,00	450	95
13,00	390	73
11,00	330	62
9,03	270,9	50
7,00	210	40
5,00	150	28
3,00	90	17
0,98	29,25	7

Tabelle 4: Kalibrierung des Galvanometers

Die Proportionalitätskonstante k sowie der statistische Fehler lassen sich nun aus der Steigung und dem Fehler der Steigung ablesen:

$$k = \frac{Q}{A_0} = 5,43 \frac{\mu\text{C}}{\text{Einheit}}$$

$$\sigma_k = 0,06 \frac{\mu\text{C}}{\text{Einheit}}$$

Da wir auf A_0 noch einen Ablesefehler haben, müssen wir uns noch den systematischen Fehler berechnen. Dieser ergibt sich wie folgt:

$$\Delta_k = \left| \frac{\partial k}{\partial A_0} \Delta A_0 \right| = \left| \frac{Q}{A_0^2} \Delta A_0 \right| = 0,26 \frac{\mu\text{C}}{\text{Einheit}}$$

Mit $Q = Q_{\text{mittel}} = 210\mu\text{C}$, $A_0 = A_{0,\text{mittel}} = 40$ und $\Delta A_0 = 2$.

Damit erhalten wir:

$$k = (5,43 \pm 0,06 \pm 0,26) \frac{\mu\text{C}}{\text{Einheit}}$$

3.3.2 Bestimmung des Integrals

Nun haben wir durch die Feldspule einen Strom von $I \cdot \sqrt{2}$ mit $I \in 400\text{mA}, 500\text{mA}, 600\text{mA}$ fließen lassen. Der Faktor $\sqrt{2}$ kommt daher, dass uns nun die Effektivstromstärke interessiert.

Nun benötigen wir noch den Gesamtwiderstand in unserem neuen Stromkreis. Die Induktionsspule ist hier unsere Stromquelle mit einem Innenwiderstand, den man sich parallel zu dieser vorstellen kann. Dazu kommt ein in Reihe geschalteter Vorwiderstand sowie der Widerstand des Galvanometers. Damit ergibt sich:

$$\frac{1}{R_{\text{Ges}}} = \frac{1}{37\Omega} + \frac{1}{9,5k\Omega + 25\Omega} = \frac{1}{36,85\Omega} \quad (37)$$

Nun kommen wir zum gesuchten Integral:

$$Q = \int I dt = \frac{1}{R} \int_0^{T/4} U_{\text{ind}} dt = C \cdot U = k \cdot A \quad (38)$$

Dabei ist nun A die Auslenkung auf der Skala des Galvanometers bei den drei Effektivstromstärken. Wir haben die Auslenkung jeweils 3 mal wiederholt.

Es ergibt sich schließlich:

$$\int_0^{T/2} U_{ind} dt = 2R_{Ges} \cdot k \cdot A \quad (39)$$

Spulenstrom / mA	A ₁	A ₂	A ₃	Mittelwert	Standardabweichung	$\int U_{ind} dt$ / mV
844	102	101	102	101,7	0,6	40,70
709	97	97	96	96,7	0,6	38,70
565	89	89	90	89,3	0,6	35,74

Tabelle 5: Integralbestimmung

Nun muss noch der statistische und der systematische Fehler für $\int_0^{T/2} U_{ind} dt$ berechnet werden.

$$\sigma = \left(\int_0^{T/2} U_{ind} dt \right) \sqrt{\left(\frac{\sigma k}{k} \right)^2 + \left(\frac{\sigma A}{A} \right)^2} \quad (40)$$

$$\Delta = \left(\int_0^{T/2} U_{ind} dt \right) \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{k} \right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2}$$

Für A nehmen wir einen etwas größeren Fehler von ± 2 , da unsere Effektivströme nicht genau den mit den berechneten übereinstimmen und so ein kleiner zusätzlicher Fehler dazukommt, den wir zum Fehler von A addieren.

es ergeben sich nun folgende Wert für $\int_0^{T/2} U_{ind} dt$:

$$I = 400mA : \int_0^{T/2} U_{ind} dt = (40,70 \pm 0,5 \pm 2,1)mV \cdot s$$

$$I = 500mA : \int_0^{T/2} U_{ind} dt = (38,70 \pm 0,5 \pm 2,0)mV \cdot s \quad (41)$$

$$I = 600mA : \int_0^{T/2} U_{ind} dt = (35,74 \pm 0,4 \pm 1,9)mV \cdot s$$

3.3.3 Berechnung von $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$

Nun kann endlich $\left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ und somit \dot{M}_{max} für Messwerte mit dem Galvanometer berechnet werden.

$$\dot{M}_{max} = \frac{-4}{T\mu_0 N_2 F_{Stab}} \int_0^{T/2} U_{ind} dt + \frac{8N_1 \hat{I} F_{Spule}}{Tl F_{Stab}} \quad (42)$$

mit $N_1 = 1845$; $l = 29\text{cm}$; $N_2 = 1000$; $T = (65,22 \pm 0,01)\text{ms}$; $\hat{I} = \sqrt{2}I$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$; $F_{Spule} = \frac{\pi}{4}(4,3\text{cm})^2 = 0,00145\text{m}^2$; $F_{Stab} = \frac{\pi}{4}(4\text{mm})^2 = 0,0000126\text{m}^2$

Zur einfacheren Berechnung der Fehler substituieren wir zunächst die Vorfaktoren, welche keine fehlerbehaftete Größen besitzen.

$$a := \frac{-4}{\mu_0 N_2 F_{Stab}} = 2,53 \cdot 10^8 \frac{Am^3}{Vs} \quad \text{und} \quad b := \frac{8N_1 \sqrt{2} F_{Spule}}{T l F_{Stab}} = 8,28 \cdot 10^6 s^{-1} m^{-1} \quad (43)$$

Der statistische und der systematische Fehler für \dot{M}_{max} ergibt sich aus den Fehlern der Periodendauer T und $\int_0^{T/2} U_{ind} dt := \tilde{U}$:

$$\begin{aligned} \sigma \dot{M}_{max} &= \sqrt{\left(\frac{a \cdot \sigma \tilde{U}}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma T (b \cdot I + a \cdot x)^2}{T^2}\right)^2} \\ \Delta \dot{M}_{max} &= \frac{a \cdot \Delta \tilde{U}}{T} \end{aligned} \quad (44)$$

es ergeben sich dann folgende Wert:

$$\begin{aligned} I = 400mA : \dot{M}_{max} &= (-106,84 \pm 1,95 \pm 8,13) 10^6 \frac{A}{m \cdot s} \\ I = 500mA : \dot{M}_{max} &= (-86,40 \pm 1,93 \pm 7,74) 10^6 \frac{A}{m \cdot s} \\ I = 600mA : \dot{M}_{max} &= (-63,23 \pm 1,55 \pm 7,36) 10^6 \frac{A}{m \cdot s} \end{aligned} \quad (45)$$

3.4 Bestimmung von \dot{M}_{max} mit Hilfe des Oszilloskops

Um die maximale Änderung der Magnetisierung noch genauer bestimmen zu können, benutzen wir das Oszilloskop um $(\frac{dM}{dt})_1$ aus der zeitlichen Veränderung der Magnetisierungsänderung zu bestimmen.

Dazu haben wir die Induktionsspule, welche sich in der Feldspule befindet an das Oszilloskop angeschlossen. Die Feldspule haben wir dann mit einem Sinussignal bei Resonanzfrequenz betrieben und somit eine Induktionsspannung in der Induktionsspule induziert.

Am Oszilloskop ist nun der Verlauf der Induktionsspannung und das Sinussignal dargestellt. Damit lässt sich nun $(U_{ind})_1$ und $\int_0^{T/2} U_{ind} dt$ durch numerische Integration bestimmen.

Am Oszilloskop wurde das Anregungssignal ($\sin(\hat{\omega} * t)$) und die Induktionsspannung (U_{ind}) dargestellt und die Messreihen konnte auf dem Computer gespeichert werden. Um nun das Integral richtig bestimmen zu können, müssen wir noch die Achsen richtig skalieren. Die x- und die y-Achse werden jeweils durch 25 dividiert (da das Oszilloskop pro Kästchen 25 Werte aufnimmt) und dann mit dem multipliziert.

Um nun $\int_0^{T/2} U_{ind} dt$ zu bestimmen, haben wir die Messreihe der Induktionsspannung in Origin importiert und dort eine numerische Integration durchgeführt. Dabei ist zu beachten, dass wir nur über eine halbe Periode integrieren müssen. In manchen Diagrammen haben wir über ein vielfaches der halben Periode integriert (also den Betrag der Funktion) und dann durch die

Anzahl der Perioden geteilt.

Die Bestimmung von $(U_{ind})_1 = \frac{2}{T} \int_0^T |U_{ind} \sin(\hat{\omega}t)| dt$ ist noch etwas aufwändiger. Dazu haben wir die Messreihen von U_{ind} und $\sin(\hat{\omega}t)$ multipliziert und diese Messreihe nun in Origin importiert. Mithilfe von Origin wurde nun der Wert des Integrals berechnet.

Bei der Bestimmung der Integrale haben wir bemerkt, dass die Perioden oft eine leicht unterschiedliche Fläche haben. Wir nehmen deshalb auf die Fläche $\int_0^{T/2} U_{ind} dt$ einen statistischen Fehler von $\pm 2mVs$ und auf die Fläche $(U_{ind})_1$ einen Fehler von $\pm 0,2mVs$ an. Einen systematischen Fehler vernachlässigen wir, da wir denken, dass die Messung mit Oszilloskop genauer als die Messung mit dem Galvanometer ist.

Im folgenden sind nun die Schaubilder, die für die Berechnung der Integrale erstellt wurden, sowie die Tabelle mit den Ergebnissen dargestellt.

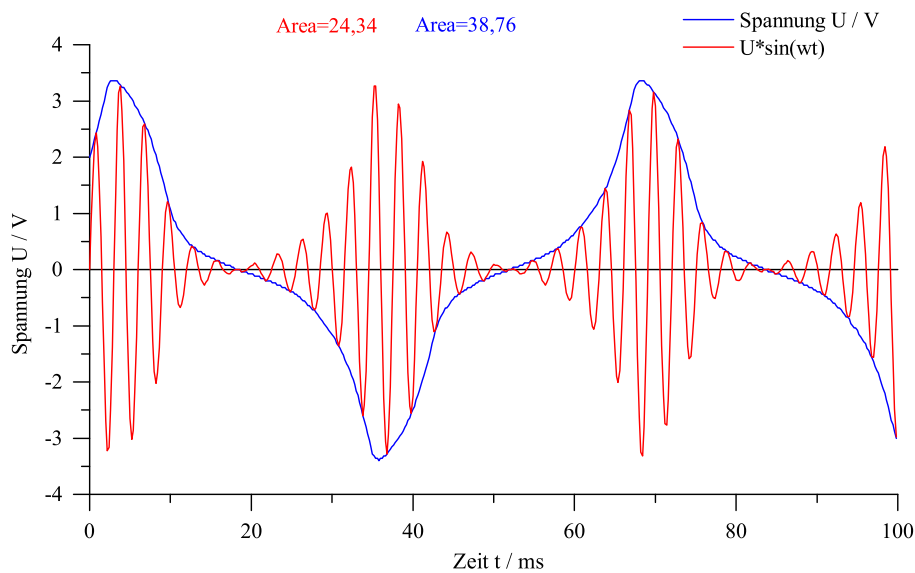


Abbildung 6: 400mV

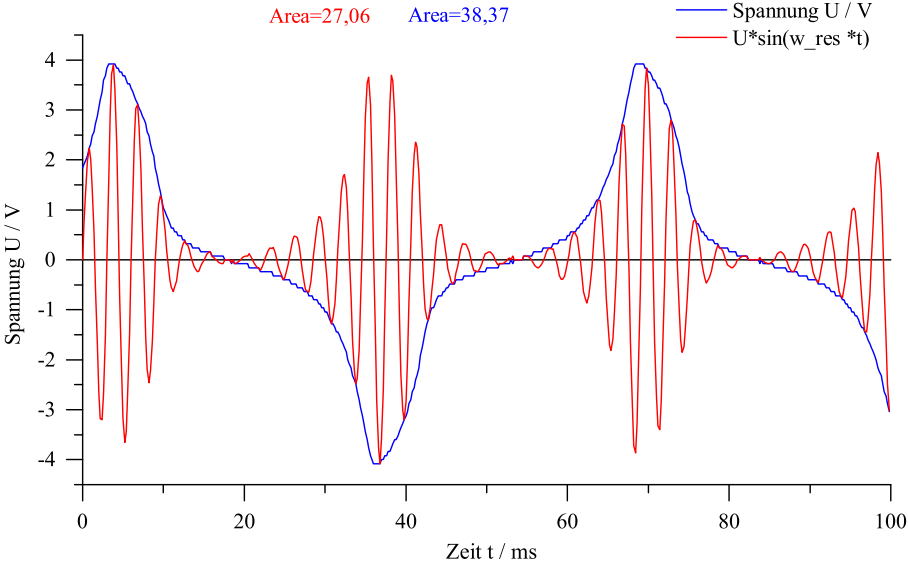


Abbildung 7: 500mV

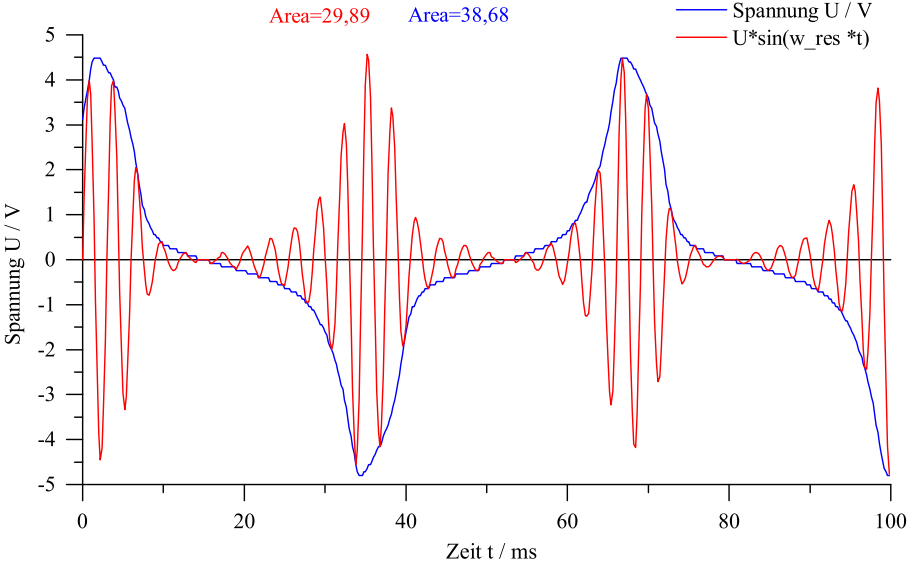


Abbildung 8: 600mV

3.4.1 Bestimmung des Eichfaktors K

Zunächst bestimmen wir den Eichfaktor K:

$$K = \frac{\int_0^{T/2} U_{ind} dt \quad (\text{Bestimmt mit dem Galvanometer})}{\int_0^{T/2} U_{ind} dt \quad (\text{Bestimmt mit dem Oszi})} := \frac{K_1}{K_2} \quad (46)$$

K_1 also der Wert, der mit dem Galvanometer gemessen wurde, wurde in 3.3 bestimmt und K_2 kann nun aus den Schaubildern abgelesen werden (blaue Fläche).

Folgende Werte für K_1 und K_2 haben wir nun bestimmt:

$$\begin{aligned} I = 400mA : K_1 &= (40,70 \pm 0,5 \pm 2,1)mV \cdot s \\ K_2 &= (38,76 \pm 2,0)mV \cdot s \\ I = 500mA : K_1 &= (38,70 \pm 0,5 \pm 2,0)mV \cdot s \\ K_2 &= (38,37 \pm 2,0)mV \cdot s \\ I = 600mA : K_1 &= (35,74 \pm 0,4 \pm 1,9)mV \cdot s \\ K_2 &= (38,68 \pm 2,0)mV \cdot s \end{aligned} \quad (47)$$

Und für K ergibt sich nun, wobei der Fehler mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet wurde:

$$\begin{aligned} I = 400mA : K &= 1,05 \pm 0,05 \pm 0,06 \\ I = 500mA : K &= 1,01 \pm 0,06 \pm 0,05 \\ I = 600mA : K &= 0,92 \pm 0,05 \pm 0,05 \end{aligned} \quad (48)$$

3.4.2 Berechnung von \dot{M}_{max}

Nun kann $\dot{M}_{max} \approx \left(\frac{dM}{dt}\right)_1$ berechnet werden.

$$\dot{M}_{max} = -\frac{1}{\mu_0 N_2 F_{Stab}} (U_{ind})_1 \cdot K + \frac{N_1 \hat{I} \omega_{Res} F_{Spule}}{F_{Stab} l} := -a \cdot (U_{ind})_1 \cdot K + b \cdot I \cdot \omega_{Res} \quad (49)$$

wobei die Werte für das Integral $\int_0^T |U_{ind} \sin(\hat{\omega}t)| dt$ in den Schaubildern angegeben sind und um $(U_{ind})_1$ zu bekommen, muss dieser Wert noch mit $\frac{2}{T}$ multipliziert werden, (wobei die Fehler mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung berechnet wurden):

$$\begin{aligned} I = 400mA : (U_{ind})_1 &= (1,51 \pm 0,01)V \\ I = 500mA : (U_{ind})_2 &= (1,66 \pm 0,02)V \\ I = 600mA : (U_{ind})_3 &= (1,84 \pm 0,02)V \end{aligned} \quad (50)$$

Nun können wir \dot{M}_{max} nach (48) berechnen, wobei $N_2 = 1000$; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} V \cdot s/A \cdot m$; $T = (65,22 \pm 0,01) \text{ ms}$; $\hat{I} = \sqrt{2}I$; $N_1 = 1845$; $l = 29 \text{ cm}$; $F_{Spule} = 0,00145 \text{ m}^2$; $F_{Stab} = 0,0000126 \text{ m}^2$; $\omega_{Res} = (96,34 \pm 0,02) \text{ s}^{-1}$.

Damit ergibt sich $a = 63156723,45 \text{ A/Vsm}$ und $b = 1035406,36 \text{ m}^{-1}$

Den statistischen und den systematischen Fehler berechnen wir wieder mittels Gauß'scher Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned}\sigma \dot{M}_{max} &= \sqrt{(a \cdot K \sigma(U_{ind})_1)^2 + (a(U_{ind})_1 \sigma K)^2 + (b \cdot I \sigma \omega_{Res})^2} \\ \Delta \dot{M}_{max} &= \sqrt{(a \cdot K \Delta(U_{ind})_1)^2 + (a(U_{ind})_1 \Delta K)^2 + (b \cdot I \Delta \omega_{Res})^2}\end{aligned}\quad (51)$$

Es ergeben sich dann folgende Werte:

$$\begin{aligned}I = 400mA : \dot{M}_{max} &= (-59,57 \pm 3,93 \pm 2,98) 10^6 \frac{A}{s \cdot m} \\ I = 500mA : \dot{M}_{max} &= (-56,01 \pm 3,56 \pm 3,09) 10^6 \frac{A}{s \cdot m} \\ I = 600mA : \dot{M}_{max} &= (-47,06 \pm 3,73 \pm 2,71) 10^6 \frac{A}{s \cdot m}\end{aligned}\quad (52)$$

3.5 Bestimmung des Landé Faktors g_l

Durch die obige Vorarbeit können wir nun endlich den Landé Faktor berechnen. Dazu benutzen wir die Formel (7.6) aus der Vorbereitungshilfe:

$$g_l = \frac{m_e V_{Stab}}{-e \beta \omega_{Res} \alpha_{Res} \theta} \left(\frac{dM}{dt} \right)_1 \quad (53)$$

Diese vereinfacht sich mit $D_{max} = 2\beta\omega_{Res}\alpha_{Res}\theta$ zu:

$$g_l = \frac{2m_e V_{Stab}}{-e} \cdot \frac{\dot{M}_{max}}{D_{max}} \quad (54)$$

Der statistische und systematische Fehler für g_l können wir nun recht leicht bestimmen. Die zwei verbleibenden Fehlerbehafteten Größen sind \dot{M}_{max} und D_{max} . Also folgt:

$$\begin{aligned}\sigma g_l &= g_l \sqrt{\left(\frac{\sigma \dot{M}_{max}}{\dot{M}_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma D_{max}}{D_{max}} \right)^2} \\ \Delta g_l &= g_l \sqrt{\left(\frac{\Delta \dot{M}_{max}}{\dot{M}_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta D_{max}}{D_{max}} \right)^2}\end{aligned}\quad (55)$$

Damit können wir nun g_l berechnen, und zwar für die drei Stromstärken und der Messung von \dot{M}_{max} mit dem Galvanometer und für die drei Stromstärken und die Messung von \dot{M}_{max} mit dem Oszilloskop.

Messung mit dem Galvanometer

$$\begin{aligned}I = 400mA : g_l &= 0,26 \pm 0,03 \pm 0,09 \\ I = 500mA : g_l &= 0,21 \pm 0,02 \pm 0,08 \\ I = 600mA : g_l &= 0,16 \pm 0,02 \pm 0,07\end{aligned}\quad (56)$$

Messung mit dem Oszilloskop

$$\begin{aligned} I = 400mA : g_l &= 0,15 \pm 0,02 \pm 0,03 \\ I = 500mA : g_l &= 0,14 \pm 0,03 \pm 0,05 \\ I = 600mA : g_l &= 0,12 \pm 0,03 \pm 0,06 \end{aligned} \tag{57}$$

4 Fazit

Man sieht, dass die Werte stark vom erwarteten Wert von 2 abweichen. Die unterschiedlichen Methoden (Messung mit dem Galvanometer oder mit dem Oszilloskop) liefern uns in etwa die selben Werte. Woher diese große Abweichungen zum Literaturwert kommen, ist uns nicht klar. Es könnte sein, dass irgendwas am Versuchsaufbau nicht stimmt. Beispielsweise könnte sich der verwendete Glasfaden bei unseren Auslenkungen nicht mehr dem Hook'schen Gesetz folgen. Schaut man sich die Abhängigkeit der Amplitude vom Strom an, sieht man auch dort schon nicht das erwartete Verhalten. Außerdem können sich bei diesem Versuch schnell Fehler einschleichen, da man sehr viele Vorarbeiten machen muss, um schließlich g_l berechnen zu können. Ein weiterer Fehler könnte dadurch zustande kommen, dass in dem Versuchsraum magnetische Störfelder existieren und schon die alleinige Anwesenheit einer Kompassnadel die Ergebnisse extrem verändert.

Abschließend muss man sagen, dass mit diesem Versuch leider der erwartete Wert leider nicht bestimmt werden kann, und dass sich der Aufwand für die Auswertung nicht auszahlt, da man ein nicht zu gebrauchendes Ergebnis erhält.