

Winkelkorrelation

Marcel Köpke & Axel Müller (Gruppe 144)

07.11.2012

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	3
1.1	Ziel des Versuchs	3
1.2	Der radioaktive Zerfall im Experiment	3
1.3	Versuchsaufbau	4
2	Durchführung	6
3	Auswertung	8
3.1	1. Auswertungsmethode	8
3.2	2. Auswertungsmethode	11
3.3	Vergleich der Methoden	12
3.4	Auflösungszeit	12

1 Theoretische Grundlagen

1.1 Ziel des Versuchs

Das Ziel dieses Versuchs ist die Untersuchung der Anisotropie und der Korrelationsfunktion von $\gamma - \gamma$ -Strahlung anhand des des radioaktiven Präparats ^{60}Ni .

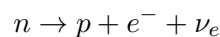
Wenn bei einem elektromagnetischen Übergang zwischen den Zuständen j_1, m_1 und j_2, m_2 alle $2j_1 + 1$ m_1 -Unterzustände gleich besetzt sind, ist die Intensität der emittierten Strahlung nicht vom Winkel bezüglich einer gewählten Richtung abhängig. Für $j_1 = 1$ und $j_2 = 0$ erhält man zum Beispiel die möglichen Übergänge $\Delta m = +1, 0, -1$ mit den Übergangswahrscheinlichkeiten

$$W_{\pm}d\Omega = \frac{3}{16}\pi(1 + \cos^2\Theta)d\Omega$$
$$W_0 = \frac{3}{8}\pi\sin^2\Theta d\Omega$$

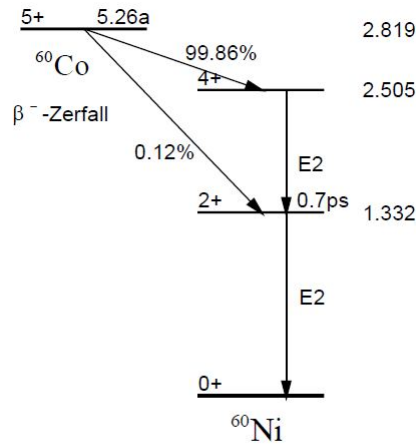
Hierfür ist die Gesamtwahrscheinlichkeit $\sum_i W_i d\Omega = \frac{3}{4}\pi\Omega$ isotrop. Um die Isotropie aufzuheben, betrachtet man eine Kaskade von Zerfällen mit zwei strahlenden Übergängen. Indem man das erste γ -Quant misst, wird für das zweite Quant eine bestimmte Richtung ausgezeichnet, wodurch man unterschiedliche Besetzungszahlen erhält. Wird als Richtung für das erste Quant die z-Achse gewählt ($\Theta = 0$), verschwindet die Wahrscheinlichkeit für $\Delta m = 0$ und somit ist der Zustand $m = 0$ unbesetzt. Der Grund hierfür ist, dass die gesamte Änderung der z-Komponente der Zerfallskaskade $\Delta m_{ges} = 0$ sein muss. Diese Ungleichheit der Besetzungszahlen führt zu der hier zu untersuchenden Anisotropie.

1.2 Der radioaktive Zerfall im Experiment

Bei diesem Versuch wird der radioaktive Zerfall von ^{60}Co zu angeregtem ^{60}Ni und dessen Übergang in den Grundzustand betrachtet. Der Übergang von Co zu Ni ist durch einen β^- -Zerfall realisiert. Hierbei wird ein Elektron aus dem Atom emittiert. Die Ursache hierfür ist die im Kern stattfindende Reaktion



Das angeregte Ni-Atom geht unter Aussendung von Quadrupolstrahlung über eine Kaskade von zwei γ -Quanten in den Grundzustand über. Die Kaskade wird beobachtet und auf Anisotropie untersucht.



Termschema von ^{60}Co

Abbildung 1.1: Quelle: Blaues Buch; Seite 243

1.3 Versuchsaufbau

Der Versuch besteht aus der γ -Quelle ^{60}Ni und zwei Szintillationsdetektoren. Der eine Detektor ist fest montiert ($\Theta = 0$), der andere kann bei den Winkeln $\Theta = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$ montiert werden. Die Winkelabhängigkeit der Intensität ist nur bei Zerfallskaskaden beobachtbar. Daher muss sichergestellt werden, dass die Empfangssignale an den beiden Detektoren zur selben Kaskade gehören. Dies wird durch eine Koinzidenzmessung gewährleistet.

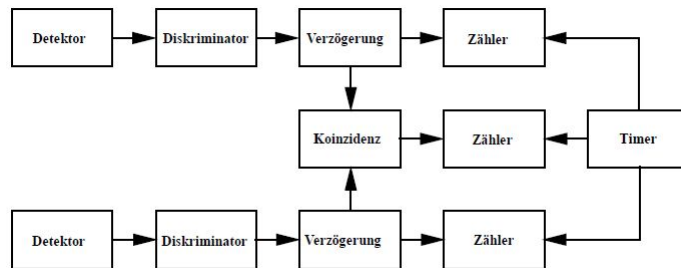


Abbildung 1.2: Koinzidenzmessung [Quelle: Blaues Buch; Seite 121]

Das Detektorsignal wird dabei zunächst von einem Integralkriterium bearbeitet, das ein Signal ausgibt, sobald das Detektorsignal einen bestimmten Schwellenwert überschreitet. Der Grund für diese Signalauswahl ist die an der Apparatur gestreute γ -Strahlung, die dadurch Energie verloren hat und deshalb nicht berücksichtigt werden soll. Zunächst wird die Verzögerung auf Null gestellt. Wie man in der Abbildung erkennen kann, wer-

den die diskriminierten Detektorsignale zum einen direkt gezählt, zum anderen im Koinzidenzblock verarbeitet. Dieser Block gibt ein Signal aus, wenn beide Eingangssignale innerhalb einer gewählten Koinzidenzzeit eintreffen. Auch diese Signale werden gezählt. Die Koinzidenzzahl hängt wie folgt vom Beobachtungswinkel ab:

$$\frac{N_k(\Theta)}{N_k(90^\circ)} = 1 + a_2 \cos^2 \Theta + a_4 \cos^4 \Theta$$

Das Verhältnis $\frac{N_k(\Theta)}{N_k(90^\circ)}$ nennt man Korrelationsfunktion $K(\Theta)$. Zur Bestimmung müssen a_2 und a_4 berechnet werden. Die theoretischen Werte hierfür sind $a_2 = \frac{1}{8}$ und $a_4 = \frac{1}{24}$. Die Anisotropie folgt dann aus

$$An = K(180^\circ) - 1$$

Selbstverständlich erfasst der Koinzidenzzähler auch Koinzidenzen, die zufällig entstanden sind, also nicht zu selben Kaskade gehören. Um diese zu eliminieren, wird ein Detektorsignal mithilfe der Verzögerer zeitlich verschoben. Diese Verschiebung muss größer als die Koinzidenzzeit sein, wodurch die gemessenen Koinzidenzen nun ausschließlich zufällig sind. In der Auswertung werden diese dann von den gemessenen Koinzidenzen abgezogen, ebenso wie das aufgenommene Hintergrundsignal.

2 Durchführung

Vor der Versuchsdurchführung mussten die Detektoren kalibriert wurde. Sie mussten mit Hilfe des Diskriminators so eingestellt werden, dass die Anzahl der Koinzidenzen nach 400 s Messzeit zwischen 160 und 200 liegt. Nach mehreren Versuchen gelang es uns einen Wert knapp unter der oberen Grenze zu erreichen und wir konnten die Messung wie oben beschreiben durchführen. Dabei ergaben sich folgende Messwerte:

Winkel [°]	1. Zähler	2.Zähler	Koinzidenzen
180	43725	43880	202
180	43873	43763	201
135	43217	46170	179
135	43121	45495	188
90	43198	43981	222
90	43679	43730	214

Tabelle 2.1: 1. Messreihe

Winkel [°]	1. Zähler	2.Zähler	Koinzidenzen
180	43375	44004	200
180	43381	44127	190
135	43464	43798	196
135	43818	45915	203
90	43270	43999	171
90	43671	44435	179

Tabelle 2.2: 2. Messreihe

Winkel [°]	1. Zähler	2.Zähler	Koinzidenzen
180	43148	43666	230
180	43227	44393	204
135	43373	45661	218
135	43400	45852	216
90	43384	44051	156
90	42949	44395	189

Tabelle 2.3: 3. Messreihe

Zur Bestimmung der Zahl zufälliger Koinzidenzen wurde an der Koinzidenzstufe die maximale Verzögerung von 132 ns eingestellt. Abschließend wurde noch die Zählrate der Untergrundstrahlung aufgenommen:

	1 Zähler	2. Zähler	Koinzidenzen
Zufallsmessung	43277	44813	2
Untergrundmessung	1106	1211	0

Tabelle 2.4: Messwerte

3 Auswertung

Zunächst werden die Werte der Untergrundstrahlung von den Messwerten subtrahert, um den Fehler der Messung, etwa durch wandernde Schwellen, mangelhafte Justierung etc. zu minimieren, werden die Koinzidenzraten durch das Produkt der zugehörigen Einzelraten dividiert und anschließend werden noch die ebenfalls reduzierten zufälligen Koinzidenzen abgezogen. Dann ergeben sich folgende Werte:

Winkel[°]	reduzierte Koinzidenzrate $n_i(\Theta)$ [$10^{-7}s$]	Messung i	Messreihe k
180	1,10	1	1
180	1,09	2	
135	0,935	1	
135	1,00	2	
90	1,22	1	
90	1,17	2	
180	1,09	3	2
180	1,04	4	
135	1,08	3	
135	1,05	4	
90	0,937	3	
90	0,962	4	
180	1,28	5	3
180	1,11	6	
135	1,15	5	
135	1,13	6	
90	0,850	5	
90	1,04	6	

Tabelle 3.1: Korrigierte Werte

3.1 1. Auswertungsmethode

Wir addieren alle Werte, die zur selben Winkeleinstellung gehören. Dafür ergeben sich folgende Werte:

Winkel[°]	Koinzidenzen $n(\Theta)$ [10^{-7} s]
180	6,72
135	6,35
90	6,18

Tabelle 3.2: Werte

Der Fehler für Zählraten N ist:

$$\Delta N = \sqrt{N}$$

Wir bezeichnen mit N_{i1} und N_{i2} die Gesamtzählraten der Detektoren 1 und 2 für die jeweilige Messung i . Dies sind schon durch den Untergrund korrigiert:

$$N_{ix} = N_{ix,Gesamt} - N_{x,Untergrund}$$

Damit berechnet sich der Fehler zu:

$$\begin{aligned} \Delta N_{ix} &= \sqrt{\left(\frac{\partial N_{ix}}{\partial N_{ix,Gesamt}}\right)^2 \Delta N_{ix,Gesamt}^2 + \left(\frac{\partial N_{ix}}{\partial N_{x,Untergrund}}\right)^2 \Delta N_{x,Untergrund}^2} \\ &= \sqrt{N_{ix,Gesamt} + N_{x,Untergrund}} \end{aligned}$$

Weiterhin definieren wir die reduzierten Koinzidenzzählraten durch:

$$n_i = \frac{N_i}{N_{i1} \cdot N_{i2}} - \frac{N_z}{N_{z1} \cdot N_{z2}} - \frac{N_U}{N_{U1} \cdot N_{U2}}$$

Da wir einen Koinzidenzuntergrund von 0 gemessen haben entfällt dieser Term in der obigen Formel, sowie in jeder Fehlerrechnung (da $\Delta N_U = \sqrt{N_U} = 0$).

Die Größen N_{zx} sind analog zu den Größen N_{ix} durch die Untergrundmessung korrigiert:

$$\begin{aligned} N_{zx} &= N_{zx,Gesamt} - N_{x,Untergrund} \\ \Delta N_{zx} &= \sqrt{N_{zx,Gesamt} + N_{x,Untergrund}} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir für den Fehler der reduzierten Koinzidenzzählraten n_i :

$$\Delta n_i = \sqrt{\left(\frac{\partial n_i}{\partial N_i}\right)^2 \Delta N_i^2 + \left(\frac{\partial n_i}{\partial N_z}\right)^2 \Delta N_z^2 + \left(\frac{\partial n_i}{\partial N_{i1}}\right)^2 \Delta N_{i1}^2 + \left(\frac{\partial n_i}{\partial N_{i2}}\right)^2 \Delta N_{i2}^2 + \left(\frac{\partial n_i}{\partial N_{z1}}\right)^2 \Delta N_{z1}^2 + \left(\frac{\partial n_i}{\partial N_{z2}}\right)^2 \Delta N_{z2}^2}$$

Nun ist:

$$n(\Theta) = \sum_{i=1}^6 n_i(\Theta)$$

und

$$\begin{aligned} \Delta n(\Theta) &= \sqrt{\sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial n(\Theta)}{\partial n_i(\Theta)}\right)^2 \Delta n_i(\Theta)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^6 \Delta n_i(\Theta)^2} \end{aligned}$$

Damit erhalten wir:

Winkel Θ	$n(\Theta)$ [10^{-7} s]	$\Delta n(\Theta)$ [10^{-7} s]
90°	6,178	0,187
135°	6,345	0,187
180°	6,713	0,195

Tabelle 3.3: gesamt reduzierte Koinzidenzraten

Die Korrelationsfunktion ist nun definiert durch:

$$K(\Theta) = \frac{n(\Theta)}{n(90^\circ)}$$

Damit ist der Fehler gegeben durch:

$$\Delta K(\Theta) = \sqrt{\left(\frac{\partial K(\Theta)}{\partial n(\Theta)}\right)^2 \Delta n(\Theta)^2 + \left(\frac{\partial K(\Theta)}{\partial n(90^\circ)}\right)^2 \Delta n(90^\circ)^2}$$

Um die Parameter der Korrelationsfunktion und deren Fehler zu berechnen benötigen wir die Werte und Fehler der Korrelationsfunktion bei 135° und 180°:

Winkel Θ	$K(\Theta)$	$\Delta K(\Theta)$
135°	1,027	0,043
180°	1,087	0,046

Tabelle 3.4: Korrelationsfunktion

Nun gilt aber:

$$K(\Theta) = 1 + a_2 \cos^2(\Theta) + a_4 \cos^4(\Theta)$$

Man erhält mit den bereits berechneten Werten für $K(\Theta)$ ein lineares Gleichungssystem in a_2 und a_4 dessen Lösung sich zu

$$\begin{aligned} a_2 &= 4K(135^\circ) - K(180^\circ) - 3 \\ a_4 &= 2K(180^\circ) - 4K(135^\circ) + 2 \end{aligned}$$

ergibt. Damit erhält man also:

$$\begin{aligned} a_2 &= 0,021 \\ a_4 &= 0,065 \end{aligned}$$

Die Fehler für die Parameter erhält durch die entsprechende Fortpflanzung:

$$\Delta a_i = \sqrt{\left(\frac{\partial a_i}{\partial K(135^\circ)}\right)^2 \Delta K(135^\circ)^2 + \left(\frac{\partial a_i}{\partial K(180^\circ)}\right)^2 \Delta K(180^\circ)^2}$$

Wir erhalten somit:

$$\Delta a_2 = 0,180$$

$$\Delta a_4 = 0,196$$

Die Anisotropie es gegeben durch:

$$A = K(180^\circ) - 1 = a_2 + a_4 = 0,087$$

mit einem Fehler von

$$\Delta A = \sqrt{\Delta a_2^2 + \Delta a_4^2} = 0,266$$

Die theoretischen Werte der Parameter sind $a_2 = \frac{1}{8}$ und $a_4 = \frac{1}{24}$. Damit liegen diese innerhalb der Fehlergrenzen unserer Messung. Der theoretische Wert der Anisotropie ist $A = \frac{1}{6}$. Diesen erreichen wir ebenfalls mit den Fehlergrenzen. Zu bemerken ist jedoch, dass die Fehler rund eine Größenordnung größer sind als die Messwerte, daher kann mit diesem Versuch keine Aussage getroffen werden, da nicht auszuschließen ist, dass a_2 und a_4 Null sind (und damit auch die Anisotropie) und nur noch nicht berücksichtigte Effekte gemessen wurden (zum Beispiel durch den fast gleichzeitigen Zerfall von 2 Atomen durch "stimulierte" Emission).

3.2 2. Auswertungsmethode

Wir gehen hier analog zum vorherigen Abschnitt vor, mit dem Unterschied, dass die Messreihen einzeln ausgewertet werden. D.h. in den obigen Summen über i , wird nun von 1 bis 2, 3 bis 4 und 5 bis 6 summiert und Parameter, a_2 und a_4 , die Korrelationsfunktion K sowie Anisotropie A jeweils getrennt bestimmt.

Man erhält dann:

Messreihe	Θ	$n(\Theta) [10^{-7}s]$	$\Delta n(\Theta) [10^{-7}s]$	$K(\Theta)$	$\Delta K(\Theta)$
1	90°	2,394	0,117	—	—
	135°	1,934	0,103	0,808	0,058
	180°	2,194	0,111	0,916	0,065
2	90°	1,900	0,104	—	—
	135°	2,128	0,109	1,121	0,084
	180°	2,131	0,110	1,122	0,084
3	90°	1,886	0,104	—	—
	135°	2,283	0,112	1,211	0,089
	180°	2,388	0,117	1,267	0,093

Messreihe	a_2	a_4	Δa_2	Δa_4	A	ΔA
1	-0,684	0,601	0,242	0,267	-0,084	0,360
2	0,360	-0,238	0,345	0,375	0,122	0,510
3	0,576	-0,309	0,368	0,402	0,267	0,545

Tabelle 3.5: Ergebnisse

Damit erhalten wir Mittelwerte mit Fehlern die sich aus der Standardabweichung geteilt durch die Wurzel der Anzahl der Messreihen (drei) ergeben.

$$a_2 = 0,084 \pm 0,225$$

$$a_4 = 0,018 \pm 0,169$$

$$A = 0,102 \pm 0,059$$

3.3 Vergleich der Methoden

Methode	a_2	Δa_2	$\frac{\Delta a_2}{a_2}$	$\left \frac{a_2}{a_{2,theo}} - 1 \right $	a_4	Δa_4	$\frac{\Delta a_4}{a_4}$	$\left \frac{a_4}{a_{4,theo}} - 1 \right $
1	0,021	0,180	8,571	0,832	0,065	0,196	3,015	0,560
2	0,084	0,225	2,679	0,328	0,018	0,169	9,389	0,568

Methode	A	ΔA	$\frac{\Delta A}{A}$	$\left \frac{A}{A_{theo}} - 1 \right $
1	0,087	0,266	3,057	0,478
2	0,102	0,059	0,578	0,388

Tabelle 3.6: Vergleich

Vergleicht man die relativen Abweichungen vom theoretischen Wert erkennt man, dass die zweite Methode Werte liefert, die im Schnitt näher am theoretischen Wert liegen als diejenigen von Methode 1.

Allerdings sind auch diese absolut nicht aussagekräftig, da nicht einmal Nulleffekte ausgeschlossen werden können.

Es ist anzunehmen, dass das Verhältnis $\frac{N_i}{N_{iz}}$ im statistischen Mittel konstant ist (also bei doppelter Messzeit sollte man auch doppelt so viele Koinzidenzen sowie Gesamtzählraten erhalten). Da wir aber die Größen n_i verwenden in denen Term wie $\frac{N_i}{N_{i1} \cdot N_{i2}}$ auftauchen wird auch der Fehler über längere Messzeiten geringer, da sozusagen die Gesamtzählraten im Vergleich zu den Koinzidenzzählraten quadratisch eingehen. Daher kann der Fehler der Messung für längere Messzeiten also verkleinert werden.

3.4 Auflösungszeit

Die Auflösungszeit der Detektoren kann definiert werden durch:

$$\tau_A = \frac{N_z}{N_{z1} \cdot N_{z2}} = 1,0877\text{ns}$$

Der Fehler ist damit:

$$\Delta \tau_A = \sqrt{\left(\frac{\partial \tau_A}{\partial N_z}\right)^2 \Delta N_z^2 + \left(\frac{\partial \tau_A}{\partial N_{z1}}\right)^2 \Delta N_{z1}^2 + \left(\frac{\partial \tau_A}{\partial N_{z2}}\right)^2 \Delta N_{z2}^2} = 0,76913\text{ns}$$

nice to know