

Theoretische Physik F: Zwischenklausur SS 12**Prof. Dr. Jörg Schmalian**
Dr. Igor Gornyi**Arbeitszeit: 120 Minuten**
Di. 15.05.2012, 15:45-18:00, Gerthsen HS**1. Quickies:** (30 Punkte)

Beantworten Sie die folgenden Fragen so kurz wie möglich.

- (a) Was besagt der 0. Hauptsatz der Thermodynamik? (2 Punkte)
- (b) Betrachten Sie ein System von nichtwechselwirkenden klassischen harmonischen Oszillatoren in vier Dimensionen. Wie lautet die innere Energie im thermischen Gleichgewicht als Funktion der Temperatur, der Teilchenzahl und des Volumens. (2 Punkte)
- (c) Bestimmen Sie die mittlere innere Energie des klassischen, nichtrelativistischen idealen Gases in zwei Dimensionen als Funktion der Temperatur, der Teilchenzahl und des Volumens. (2 Punkte)
- (d) Wie lautet die thermische De-Broglie-Wellenlänge des ultra-relativistischen idealen Gases. (2 Punkte)
- (e) Wie lautet die Beziehung zwischen der kanonischen Zustandsumme $Z(N)$ eines idealen Gases von N Teilchen und der Zustandsumme $Z(1)$ eines Teilchens? (2 Punkte)
- (f) Geben Sie den Ausdruck für die Suszeptibilität der nichtwechselwirkenden Spins $S_i = \pm 1$ in Abhängigkeit von der Temperatur an. (3 Punkte)
- (g) Geben Sie die korrekten Vorzeichen für die Arbeitsänderung an: (3 Punkte)

$$\delta W = \pm p dV \pm \mathbf{H} \cdot d\mathbf{M} \pm \mu dN.$$

- (h) Maxwell-Relationen: Zeigen Sie, dass

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

gilt. Geben Sie eine andere Maxwell-Beziehung an. (4 + 2 = 6 Punkte)

- (i) Wie lautet die Definition des mikrokanonischen Ensembles? Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für die Entropie des mikrokanonischen Ensembles an. (2 + 2 = 4 Punkte)
- (j) Für welchen Fall sind die drei verschiedenen statistischen Ensembles (kanonisch, mikrokanonisch und großkanonisch) äquivalent? (4 Punkte)

Bitte wenden!

2. Ideales Gasgemisch:

(30 Punkte)

Betrachten Sie ein klassisches ideales Gas bestehend aus zwei verschiedenen Atomsorten in einem Volumen V . Es gibt N_A Teilchen mit Masse M_A sowie N_B Teilchen mit Masse M_B .

- (a) Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme. (6 Punkte)
- (b) Finden Sie die Zustandsgleichung $p = p(V, T, N_A, N_B)$. (6 Punkte)
- (c) Sind die chemische Potentiale μ_A und μ_B gleich? (5 Punkte)
- (d) Berechnen Sie die Entropie des Gases. (8 Punkte)
- (e) Für $M_A = M_B = M$ vergleichen Sie die Entropie (d) mit der Entropie eines Einkomponenten Gases aus $N = N_A + N_B$ Teilchen und Masse M . (5 Punkte)

3. Thermodynamik von N nichtwechselwirkenden Spins:

(40 Punkte)

Betrachten Sie ein System aus N nicht miteinander wechselwirkenden Spins, die an ein äußeres Magnetfeld $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ koppeln:

$$E_{\{s_i\}} = -\mu B \sum_{i=1}^N s_i \quad \text{mit } s_i = \pm 1.$$

- (a) Bestimmen Sie die freie Energie $F(B, T)$, die Entropie $S(B, T)$ und die Magnetisierung $M = \mu \sum_{i=1}^N \langle s_i \rangle$. (8 Punkte)
- (b) Offensichtlich hängt die Entropie nur vom Verhältnis von Magnetfeld und Temperatur ab, $S(B, T) = S(B/T)$. Skizzieren Sie $S(B/T)$. (2 Punkte)
- (c) Bestimmen Sie die Näherungsausdrücke für M für kleines Magnetfeld $\mu B/k_B T \ll 1$ und großes Magnetfeld $\mu B/k_B T \gg 1$. (2 Punkte)
- (d) Berechnen Sie die Wärmekapazitäten bei konstantem Magnetfeld, bzw. konstanter Magnetisierung

$$C_B = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_B ; \quad C_M = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_M.$$

(8 Punkte)

- (e) Das Spinsystem werde nun bei einer Magnetfeldstärke $B_1 > 0$ durch Kopplung an ein Wärmebad auf die Temperatur $T_1 > 0$ gebracht und anschließend wärmeisoliert. Ändert man nun das Magnetfeld auf einen neuen Wert $B_2 > 0$. Was folgt daraus für die Entropie? Was gilt also für die Temperatur T_2 , die das Spinsystem nach der Magnetfeldänderung besitzt? Wie muss B_2 gewählt werden, damit das Spinsystem abgekühlt wird, also $T_2 < T_1$ gilt. (5 Punkte)
- (f) Das Spinsystem sei nun über einen Wärmleiter mit einer Probe mit konstanter Wärmekapazität C_V^{Probe} verbunden, welche zuvor auf die Temperatur T_1 gebracht wurde. Finden Sie die Temperatur, die Spinsystem und Probe nach dem Temperaturengleich besitzen für $\mu B_2 \gg k_B T_1 > k_B T_2$ und $k_B T_1 > k_B T_2 \gg \mu B_2$. Was muss man machen um $T = 0$ zu erreichen? (6 + 6 + 3 = 15 Punkte)